

Statistiek voor Psychologen: Deel 1

Practicumopgaven

Bisstudenten eerste bachelor Psychologie

Toelichting bij het practicum 'Statistiek voor Psychologen, Deel I'

Algemene doelstelling

In de bidderspractica zal er ingegaan worden op knelpunten die jullie zelf ervaren in de theorie en de opgaven, zowel in de opgaven van vorig jaar als in de nieuwe opgaven. We zullen daarbij op een interactieve wijze deze knelpunten proberen te remediëren.

De voorbereiding

1. Bekijk de theorie horend bij het practicum. De lijst van belangrijke begrippen bij het begin van elk practicum kan je hierbij helpen. Bekijk deze lijst op voorhand en tracht de vermelde begrippen in je eigen woorden uit te leggen en te illustreren. Om een goed begrip van de statistiek te bekomen is het echt noodzakelijk dat je de verschillende begrippen goed onder de knie hebt. Noteer knelpunten en/of problemen die je hebt bij de theorie.
2. Maak het overeenkomstige practicum van vorig jaar opnieuw en noteer ook hier de knelpunten en/of problemen.
3. Maak dan pas de opgaven van het eigenlijke practicum.

Het is bovendien ook nuttig om het vorige practicum nog even te overlopen. Indien er nog vragen zijn, kan je deze best zo snel mogelijk stellen.

Deze uitgebreide voorbereiding (het grondig doornemen van de theorie, het maken van de opgaven en het nakijken van de oefeningen) is noodzakelijk, omdat de practica dieper ingaan op wat er in de cursus behandeld wordt. We gaan er bovendien van uit dat wie naar de practica komt, zich heeft voorbereid. Wie geen enkele oefening heeft voorbereid, krijgt geen begeleiding.

Statistiek is een vak dat je enkel kan beheersen door er véél actief mee bezig te zijn en door véél zelfstandig te oefenen.

Structuur van het practicum

1. *Overleg opgaven:* in kleine groepjes vergelijken jullie de oefeningen die je thuis hebt voorbereid. Je vergelijkt hier niet alleen de uitkomsten, maar ook de oplossingsmethoden. De bedoeling is dat iedere groep in staat is om elke oefening aan andere studenten uit te leggen.
2. *Overlopen opgaven:* in samenwerking met de practicumleider leggen studenten de opgaven uit aan de groep.

De oplossingen van de opgaven van elk practicum worden aan het einde van elke week op Toledo gezet (onder 'Studiemateriaal').

Aandachtspunten

1. Het slagen van deze practica hangt grotendeels af van jullie inzet, zowel vóór als tijdens de les. In de practica krijgen jullie de kans om de stof te leren toepassen en om problemen weg te werken. Dat kan alleen door zelf mee te denken en te werken tijdens de practica, maar voornamelijk door een grondige voorbereiding. Het belangrijkste bij het inoefenen van de stof is niet het hebben (of krijgen) van de juiste oplossing van een oefening, maar wel het meemaken van het denkproces.
2. Voor de goede gang van zaken is het belangrijk dat de groepen behouden blijven. Op die manier blijven de practica overzichtelijk en werkbaar. Wisselen van groep kan enkel met een gegronde reden en na overleg met de coördinator van de practica tijdens het spreekuur (zie Toledo voor meer informatie).
3. Statistiek is een vak dat steeds voortbouwt op het voorgaande. In het begin kan het dan ook eerder eenvoudig overkomen. Maar wees alert, dit verandert geleidelijk aan. Het is belangrijk om er reeds vanaf het begin voldoende tijd aan te besteden.

De practicumleiding

PRACTICUM 1 bis:

Inleiding: verzamelingenleer en sommatieteken (Σ)

BELANGRIJKE NOTIES

- ✓ Verzameling, lege verzameling, universele verzameling, kardinaalgetal
- ✓ Deelverzameling, machtsverzameling, doorsnede, unie, verschil, complement
- ✓ Cartesiaans product, relatie, functie, bijectie, inverse functie
- ✓ Sommatieteken (zie appendix 4 achteraan in cursus)

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horend bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 1 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Stel dat de personen die aan onze universiteit studeren de verzameling A vormen en alle psychologiestudenten verzameling B. De universele verzameling is de verzameling van alle universiteitsstudenten. Geef de volgende verzamelingen door omschrijving.
 - a. $C = A \cup B$
 - b. $D = B \cap A^c$
 - c. $E = A^c \cap B^c$
2. Schrijf in sommatievorm.
 - a. $Z_2 + 2Z_3 + \dots + 98Z_{99}$
 - b. $X_1Y_3 + X_2Y_4 + X_3Y_5 + X_4Y_6$
 - c. $X_6 + X_5 + X_4 - 7$
 - d. $X_{13} + X_{14} + X_{23} + X_{24} + X_{33} + X_{34}$
3. Teken een mogelijke Venn-diagramvoorstelling van verzamelingen A, B en C, zodat aan alle onderstaande voorwaarden tegelijk is voldaan.
 $C \subset A$
 $C \cap B^c = \emptyset$
 $B \cap (A \cup C)^c = \emptyset$
4. Schrijf voluit
$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=i+2}^m x_{ij}y_j = \quad (\text{met } n = 3 \text{ en } m = 5)$$
5. Gegeven de verzamelingen:
 $A = \{x, y, z\}$
 $B = \{3\}$
Bepaal door opsomming: $2^{A \times B}$
6. Op de afdeling psychogeriatric zitten oudere mensen die een veelheid aan problemen kunnen hebben. Depressie, dementie en lichamelijke klachten komen het vaakst voor. Van de klinisch psycholoog van de afdeling krijgen we de volgende gegevens:
 - Vijftig mensen nemen antidepressiva.

- Alle patiënten die zowel depressief als dementerend zijn, hebben ook lichamelijke klachten.
 - Er zijn 90 dementerende patiënten, waarvan er 30 ook depressief zijn.
 - Vier patiënten hebben een depressie gecombineerd met enkel lichamelijke klachten.
 - Veertig patiënten slagen erin om, ondanks hun lichamelijke problemen niet depressief door het leven te gaan.
 - Vijfendertig mensen kampen met dementie en lichamelijke klachten.
- Hoeveel patiënten heeft deze afdeling, gegeven dat elke patiënt depressief en/of dementerend en/of lichamenlijk ziek is?

7. Gegeven dat $a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ en $b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, bewijs dan dat $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - a)(y_i - b) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - ab$.

PRACTICUM 2 bis: Beschrijvende statistiek met één variabele

BELANGRIJKE NOTIES

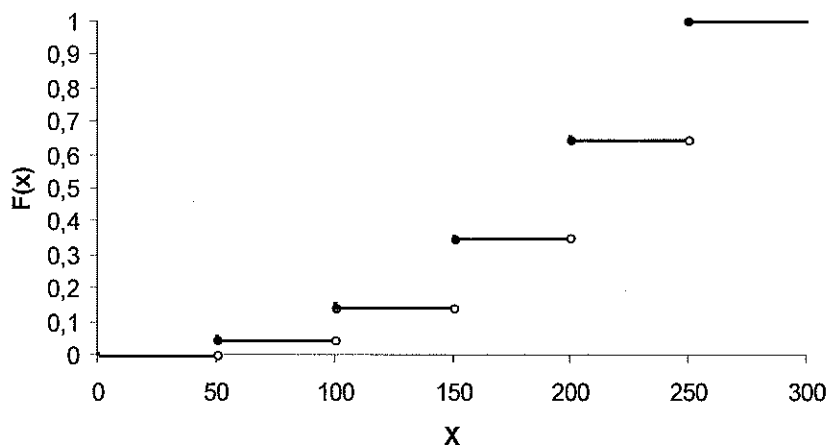
- ✓ Uitkomst, uitkomstenverzameling, experimentele eenheid, variabele, kwalitatieve variabele, kwantitatieve variabele
- ✓ Frequentie (freq), proportie (p), cumulatieve frequentie/proportie (cfreq/F)
- ✓ Lijndiagram, staafdiagram, taartdiagram, histogram, stam-en-loofdiagram
- ✓ Scheefheid, modus, uitbijter
- ✓ Kwantielen (percentiel, deciel, kwartiel)

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horend bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 2 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Gegeven de volgende cumulatieve proportiefunctie:



- a. Bepaal $x_{0.05}$, Q_3 , Pc_4 en D_5 .
- b. Is de bijhorende frequentiefunctie symmetrisch, positief scheef of negatief scheef?
2. Een klinisch psycholoog gaat bij één van zijn cliënten, een alcoholverslaafde na hoeveel glazen hij per dag drinkt. Gedurende 20 dagen volgt hij zo het drankpatroon van zijn cliënt. Bepaal de experimentele eenheid.
3. Gegeven het volgende stam-en-loofdiagram (noot: getallen = (stam x 1000) + loof):

```
1 | 1244
1 | 56699
2 | 3
2 | 67888
```

Bepaal modus, D_6 , $x_{.35}$ en Pc_8 .

4. Teken een cumulatieve proportiefunctie, zodat aan de volgende vijf voorwaarden tegelijk is voldaan.
- $D_9 = 6$
 $Me_X = 5$
 $X_{.15} = 3.5$
 Max X is 6
 $D_1 = 3$

5. Gegeven de volgende cumulatieve proportiefunctie van de scores van 25 leerlingen op een test.

X	F
8	.04
9	.08
12	.20
15	.36
16	.40
17	.56
18	.80
19	.92
20	1

- a. Welk aandeel leerlingen heeft een score groter of gelijk aan het percentiel 80? Maak enkel gebruik van de cumulatieve proportiefunctie uit de opgave. Wat als het een strikte ongelijkheid zou betreffen?
- b. Hoeveel leerlingen hebben een score kleiner of gelijk aan het percentiel 50? Maak enkel gebruik van de cumulatieve proportiefunctie uit de opgave. Wat als het een strikte ongelijkheid zou betreffen?
- c. Hoeveel leerlingen hebben een score tussen het tweede deciel en het derde kwartiel (grenswaarde inbegrepen)? Maak enkel gebruik van de cumulatieve proportiefunctie uit de opgave. Wat als de grenswaarden niet mee inbegrepen zouden zijn?
- d. Construeer een stam-en-loofdiagram, waarbij de intervallen 10 mogelijke waarden van de variabele kunnen bevatten.
6. Een gezondheidspsycholoog gaat op de kinderafdeling van een ziekenhuis na hoeveel dagen de verschillende patiëntjes opgenomen zijn. Dit zijn zijn resultaten:
 10 2 1 50 4 9 1 250 4 5 10 5 4 1 2
- a. Welke opnameduur komt het meest voor? Welke globale statistische maat geeft dit weer?
- b. Wat is de kortste opnameduur waarvoor men kan zeggen dat minstens de helft van de patiënten maximaal zo lang moet blijven? Welke globale statistische maat geeft dit weer?
7. Teken het lijndiagram van een frequentiefunctie die tegelijkertijd voldoet aan de volgende voorwaarden: $Q_1 = Me_X = 5$ en de modus is gelijk aan 6.

PRACTICUM 3 bis:
Beschrijvende statistiek met één variabele (vervolg)
Beschrijvende statistiek met twee variabelen

BELANGRIJKE NOTIES

- ✓ Modus, mediaan, (rekenkundig) gemiddelde, regel van Steiner
- ✓ Bereik, interkwartielbereik, variantie, standaarddeviatie, ongelijkheid van Tchebychev
- ✓ Boxplots
- ✓ Lineaire transformatie, met als specifiek geval de Z-transformatie
- ✓ Log-transformatie

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horende bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 3 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.
- ✓ Conditionele proportiefuncties, conditioneel gemiddelde, conditionele variantie

OPGAVEN

1. Gegeven de volgende cumulatieve proportiefunctie. Bepaal modus, gemiddelde, mediaan, interkwartielbereik en variantie.

X	F
1	.01
3	.12
7	.75
8	.82
10	1

2. Een school voor bijzonder onderwijs specialiseert zich in matig mentaal gehandicapte kinderen. Ze richten zich voornamelijk op kinderen met een IQ tussen 70 en 85 (gemiddeld IQ is 100 met een standaarddeviatie van 10). Gegeven dat er in de streek ongeveer 10 000 kinderen wonen, op hoeveel kinderen moeten zij zich ongeveer voorbereiden?
Bijkomend: Stel dat we weten dat de verdeling van IQ symmetrisch is, hoeveel kinderen hebben dan een IQ groter dan 80?
3. Een klinisch psycholoog werkt voornamelijk met mensen die manisch-depressief zijn. Dit is een ziektebeeld dat gekenmerkt wordt door sterke stemmingsschommelingen, waardoor de patiënt continu overschakelt van een depressieve, passieve stemming naar een manische, actieve stemming. De psycholoog besluit een onderzoek te doen om deze ziekte bij zijn patiënten beter in kaart te brengen. Hij is voornamelijk geïnteresseerd in hoe extreem de patiënt van de ene stemming in de andere vervalt. Hiertoe geeft hij 20 patiënten een vragenlijst mee. Elke patiënt moet gedurende 10 dagen zijn stemmig noteren op een schaal van -5 (zeer depressief) tot +5 (zeer manisch). Wanneer de klinisch psycholoog de gegevens krijgt, besluit hij om voor elke persoon het gemiddelde te berekenen. Geef aan waarom deze maat niet geschikt is om de vraag van de psycholoog te beantwoorden. Welke maat zou jij gebruiken? Formuleer je antwoord zorgvuldig.

4. Een onderzoeker uit het CLB (Centrum voor Leerlingenbegeleiding) gaat na hoeveel zakgeld kinderen uit het lager onderwijs krijgen. Volgende resultaten werden verkregen: 100, 20, 50, 0, 1000, 75, 50, 25, 200, 100, 50, 20, 200, 500, 100, 20, 0, 200, 50, 30
Maak van deze gegevens een boxplot (versie met uitbijters).
5. Wanneer er iemand in je onmiddellijke omgeving sterft, is een rouwreactie een normale reactie. Sommige mensen onderdrukken deze gevoelens echter, terwijl anderen ze niet kunnen loslaten. Gegeven de resultaten van 10 mensen op een test die hun rouwreactie meet. Ga er vanuit dat mensen die een Z-score behalen van -1.5 of minder hun gevoelens onderdrukken en dat mensen met een Z-score van 2 of meer hun gevoelens niet kunnen controleren.

<i>persoon</i>	<i>score</i>
1	17
2	25
3	98
4	66
5	9
6	50
7	36
8	67
9	53
10	37

- a. Maak een schatting van het aantal mensen dat een problematische rouw heeft.
b. Ga dit aantal exact na.
6. Een psycholoog onderzoekt het verband tussen angst en zelfbeeld. De variabele X geeft een weerspiegeling van het zelfbeeld van een persoon (1 = laag, 2 = 'normaal', 3 = hoog). De variabele Y vat het angstniveau (1 = totaal niet angstig, 2 = niet angstig, 3 = 'normaal', 4 = angstig, 5 = zéér angstig). Hieronder vind je de bivariate frequentiefunctie van X en Y .

Y	X		
	1	2	3
1	10	0	20
2	20	0	40
3	0	20	0
4	10	10	20
5	10	20	20

- a. Percentueel gezien, hoeveel mensen met een 'normaal' zelfbeeld zijn zéér angstig?
b. Wat is het gemiddelde angstniveau voor iemand met een laag zelfbeeld?
c. Klopt het dat mensen met een laag zelfbeeld meer op elkaar lijken inzake angstreactie dan mensen met een 'normaal' zelfbeeld? Motiveer je antwoord.
7. Peeters Farmaceutica ontwikkelt een nieuwe variant van een medicijn voor de behandeling van hyperactiviteit. Omdat uit voorgaande experimenten gebleken is dat het medicijn kan leiden tot schommelingen van het hartritme, willen ze het eerst nog een keer testen op een proefgroep. Hiervoor gaan ze als volgt te werk. Van 10 personen wordt de hartslag gemeten voor en na de toediening van het medicijn. Het medicijn doorstaat de test niet wanneer er bij minstens vijf personen hartritmeschommelingen worden vastgesteld van minstens 10 slagen per minuut.
Geef één globale statistische maat die de hypothese kan testen. Aan welke waarden moet deze maat voldoen opdat het medicijn de test doorstaat?

PRACTICUM 4 bis: Beschrijvende statistiek met twee variabelen

BELANGRIJKE NOTIES

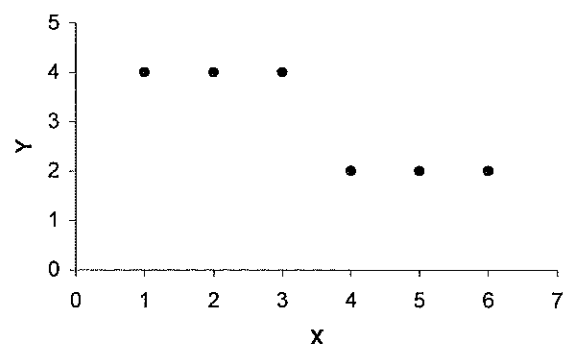
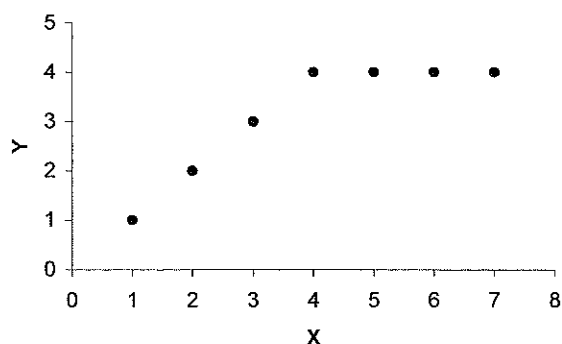
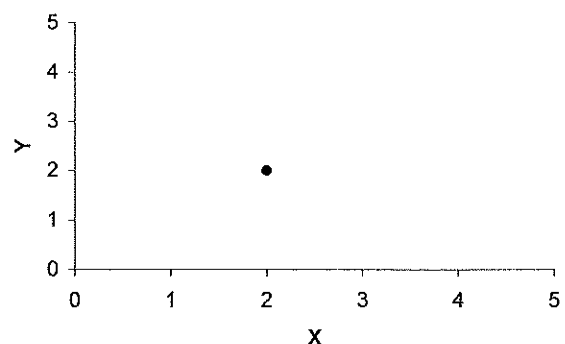
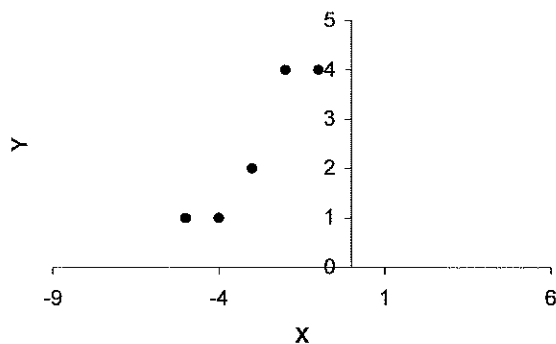
- ✓ Proportie overeenstemming
- ✓ Covariantie
- ✓ (Productmoment-)correlatie
- ✓ Samenhangsmaten van getransformeerde gegevens (bij lineaire transformatie)
- ✓ Algemene optimale voorspelling, optimale lineaire voorspelling
- ✓ Regressievergelijking, regressieconstante, regressiegewicht
- ✓ Gekwadrateerde standaardfout van estimatie, verklaarde variantie, proportie verklaarde variantie, determinatiecoëfficiënt

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horend bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 4 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Bepaal van onderstaande scatterdiagrammen (waarin elk punt overeenkomt met één observatie) telkens de correlatie. Kies uit de volgende alternatieven één alternatief: 1, niet 1 maar wel positief, 0, niet -1 maar wel negatief, -1 of onbepaald.



2. Teken zelf drie verschillende scatterplots waarbij de correlatie tussen X en Y gelijk is aan 0.
3. Leg uit waarom de Z -transformatie een speciale vorm is van de lineaire transformatie.
4. Een gezondheidspsycholoog is verbonden aan een fabriek waar voornamelijk bandwerk wordt verricht. Hij wordt door de directie gecontacteerd om na te gaan waar het ziekteverzuim vandaan komt. Daartoe worden er gegevens verzameld over elke werknemer, namelijk hoeveel stuks hij elke dag produceert en hoeveel dagen hij ziek is per jaar.
De directie veronderstelt dat er een verband is tussen het aantal geproduceerde stuks en het ziekteverzuim. Hoe meer stuks iemand geproduceerd heeft, hoe meer hij ziek zal zijn. De psycholoog veronderstelt echter dat niet zozeer de totale productie als wel het werkritme bepaalt of iemand ziek wordt. Meer specifiek denkt hij dat mensen die met een heel gelijkmatig ritme werken, minder ziek worden.
 - a. Geef voor elk van beide hypothesen één globale statistische maat. Aan welke waarde(n) moeten zij voldoen opdat de hypothese opgaat?
 - b. Geef duidelijk weer hoe je deze maat berekent.
5. Bij het ouder worden, zijn er een aantal cognitieve functies die achteruitgaan. Oudere mensen hebben meer problemen bij het onthouden van dingen, maar ook complexere cognitieve taken (zoals planning, uitbouwen van strategieën, ...) kunnen aangetast zijn. Eén van de taken om deze meer complexe cognitieve functies te meten, is het 'random genereren van cijfers'. Bij deze taak moeten de proefpersonen op een vast tempo cijfers opsommen die zo toevallig mogelijk zijn (= zonder patroon). Dit impliceert dat mensen steeds hun strategie moeten wijzigen voor het genereren van cijfers. In de onderstaande tabel vind je de resultaten van 20 mensen op deze test en ook hun leeftijd.

<i>leeftijd</i>	<i>score</i>
90	14
83	16
81	18
80	20
77	22
90	24
83	26
81	28
75	28
80	30
75	30
77	32
71	32
70	35
75	38
75	40
65	40
71	42
70	45
65	50

- a. Geef deze gegevens weer in een scatterplot. Wat kan je uit dit scatterplot afleiden over het verband tussen leeftijd en testscore. Is er nog iets dat je vanuit deze grafiek kan veronderstellen?
- b. Bereken de correlatie tussen leeftijd en score en bepaal de regressievergelijking waarbij je score gaat voorspellen op basis van leeftijd.
- c. Bepaal de gekwadraterde standaardfout van estimatie bij algemene optimale voorspelling van de score op basis van de leeftijd.

6. Bewijs dat $s_{x+ax+b} = 2as_x^2$. Vertrek vanuit de definitie van de covariantie.

7. Bereken de correlatie tussen $Z_X(x_j)$ en $aY + b$ waarbij $a = 2$ en $b = -\frac{3}{2}$. Maak gebruik van onderstaande bivariate proportietabel.

Y	X		
	0	1	2
0	.1	.1	0
1	.2	0	.1
2	.1	0	0
3	0	.3	.1

PRACTICUM 5 bis:
Beschrijvende statistiek met twee variabelen (vervolg)
Beschrijvende statistiek met meer dan twee variabelen

BELANGRIJKE NOTIES

- ✓ Algemene optimale voorspelling, optimale lineaire voorspelling
- ✓ Regressievergelijking, regressieconstante, regressiegewicht
- ✓ Gekwadrateerde standaardfout van estimatie, verklaarde variantie, proportie verklaarde variantie, determinatiecoëfficiënt
- ✓ Somvariabelen
- ✓ Beschrijvende statistiek met meer dan twee variabelen: hoofdeffect en interactie-effect

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horend bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 5 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

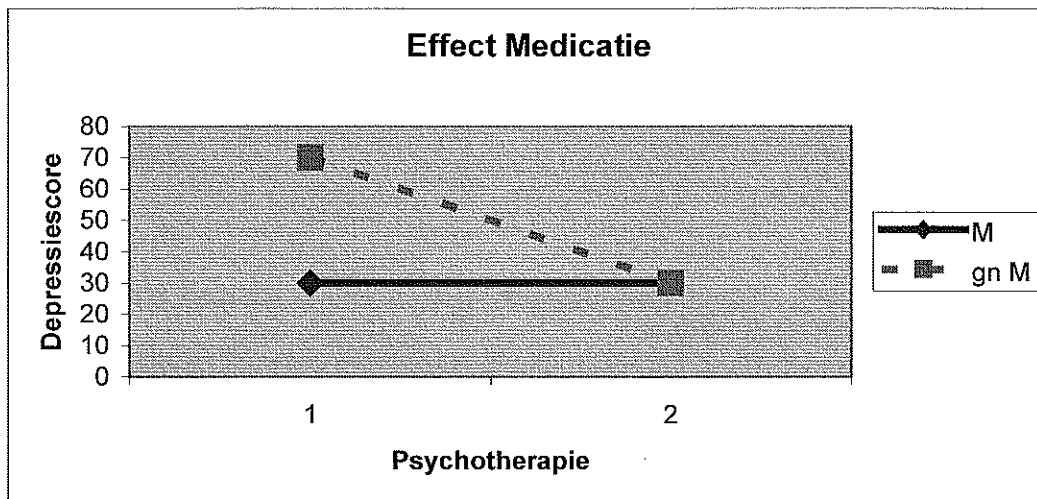
1. Construeer zelf een dataset en geef deze duidelijk weer in een scatterplot zodat aan de volgende voorwaarden tegelijk is voldaan:
 - De gekwadrateerde standaardfout van estimatie bij algemene optimale voorspelling van X op basis van Y is 0.
 - De gekwadrateerde standaardfout van estimatie bij algemene optimale voorspelling van Y op basis van X is gelegen tussen 0 en een maximale fout.
 - De gekwadrateerde standaardfout van estimatie bij optimale lineaire voorspelling van Y op basis van X is gelegen tussen 0 en een maximale fout.
2. Gegeven de volgende bivariate frequentietabel:

Y	X				
	1	2	3	4	5
10	0	0	1	0	0
20	1	1	1	1	1
30	1	2	3	2	1

Stel dat ik ervan uitga dat er een lineair verband bestaat tussen X en Y en dat ik op basis hiervan probeer om X te voorspellen vanuit mijn kennis van Y . Hoe groot is de voorspellingsfout (gekwadrateerde standaardfout van estimatie) die ik hierbij maak? Hoe komt het dat ik deze fout maak?

3. Tijdens sollicitatiegesprekken maakt een arbeidspsycholoog gebruik van twee tests (X en Y). Elk van deze tests bestaan uit verschillende onderdelen. Bovendien heeft elk onderdeel een verschillende invloed op de totale testuitslag. $X = 2A + 3B - C$ en $Y = 2D + E$. Bepaal de lineaire samenhang, uitgedrukt in een getal tussen -1 en 1, tussen X en Y als je weet dat alle testonderdelen zijn uitgedrukt in Z -scores, A statistisch onafhankelijk is van alle andere onderdelen, de correlatie tussen B en D gelijk is aan -1, de correlatie tussen B en C gelijk is aan -.60, de covariantie tussen C en E gelijk is aan .50 en de covariantie tussen B en E gelijk is aan .20.

4. Een bio-ingenieur veronderstelt dat er een stijgend lineair verband bestaat tussen de hoeveelheid toegediende meststof en de groeisnelheid van zijn plantjes. Om deze hypothese te testen, neemt hij 10 zaadjes van dezelfde soort. Na het ontkiemen stopt hij elk van die zaadjes in een gelijkaardige plantenbak. Elk van deze zaadjes krijgt dagelijks een variërende hoeveelheid meststof. Bovendien meet onze toegewijde bio-ingenieur dagelijks, gedurende zeven dagen, hoe groot die plantjes zijn.
- Welke beschrijvende statistische bewerkingen zal hij op zijn gegevens moeten toepassen om na te gaan of het veronderstelde verband voor zijn steekproef klopt?
 - En welk soort resultaat zou dan met zijn veronderstelling overeenkomen?
5. Een psychiater en een psycholoog hebben een discussie over welke behandeling nu de beste is, namelijk medicatie of psychotherapie voor patiënten met depressieve klachten. De psychiater stelt dat medicatie tot betere effecten leidt bij de behandelde cliënten ten opzichte van psychotherapie, want met medicatie zijn de depressiescores duidelijk steeds het laagste. Ter ondersteuning van zijn stelling heeft hij de volgende grafiek opgesteld, waarbij hij de gemiddelde scores van verschillende patiënten samenvat. M staat voor medicatie, gn M voor geen medicatie, psychotherapie afwezig=1, aanwezig=2



- Ik ben het eens / oneens met de psychiater en argumenteer waarom.
 - Zet de grafiek om naar een gegevensrooster.
 - Benoem hoofdeffecten en interacties indien deze aanwezig zijn.
6. Een arbeidspsychologe merkt op dat het absentieïsme in het bedrijf het afgelopen jaar is toegenomen. Zij verwacht dat absentieïsme positief samenhangt met pestgedrag (wel gepest, niet gepest) en negatief samenhangt met tevredenheid (wel tevreden, niet tevreden, matig tevreden).
- Stel een tabel op zodanig dat de verwachting van de arbeidspsychologe opgaat.
 - Teken een grafiek die past bij de verwachting en leg uit.
 - Vertel in eigen woorden welke verschillende effecten er zijn en wat ze betekenen.

PRACTICUM 6 bis:

Inductieve statistiek: conceptueel kader en conditionele kansen

BELANGRIJKE NOTIES

- ✓ Populatie en steekproef
- ✓ Toevalsexperiment en steekproeftrekking (MTL, ZTL, ZTW)
- ✓ Toevalsgetallen
- ✓ Representatieve steekproef, gestratificeerde steekproef
- ✓ Resultaat, uitkomst, uitkomstenverzameling of steekproefruimte
- ✓ Toevalsvariabele
- ✓ Gebeurtenis (lege gebeurtenis, elementaire gebeurtenis, complement)
- ✓ Kans of probabiliteit
- ✓ Regel van Laplace
- ✓ Conditionele probabiliteit
- ✓ Regel van Bayes
- ✓ Statistisch onafhankelijke gebeurtenissen
- ✓ Kansen op samengestelde gebeurtenissen: complement, doorsnede, unie

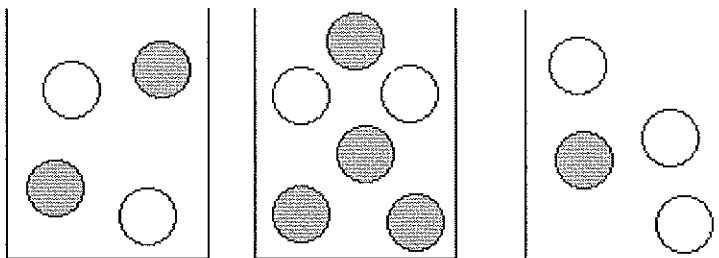
VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horend bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 6 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Bij het spel Yahtzee worden vijf dobbelstenen opgegooid. Hierbij is men geïnteresseerd in het aantal ogen dat bovenligt per dobbelsteen.
 - a. Bepaal het kardinaalgetal van de uitkomstenverzameling.
 - b. Bepaal het kardinaalgetal van de gebeurtenis "vijf dobbelstenen hebben hetzelfde aantal ogen boven liggen".
2. Een studiebureau stelde een onderzoek in naar de sportbeoefening van de Belgen in 2001. Het onderzoek leverde onder meer de volgende gegevens op. Van de onderzochte personen waren 55% mannen en 45% waren vrouwen. Er bleek dat 20% van de Belgen weinig of geen sport beoefenen en dat in deze groep evenveel mannen als vrouwen voorkomen. Ook leerde het onderzoek dat 50% van de Belgen aan lichte sportbeoefening doet, en in deze groep zitten 75% mannen en 25% vrouwen. Ten slotte bleek dat 30% van de Belgen aan intensieve sportbeoefening doet en dat deze groep voor 25% uit mannen bestaat en voor 75% uit vrouwen. Wat is de kans dat mijn buurvrouw aan intensieve sportbeoefening doet?
3. Veronderstel dat A de gebeurtenis is dat een familie kinderen heeft van beide seksen en B de gebeurtenis dat een familie hoogstens één jongen heeft. Toon aan dat A en B statistisch onafhankelijk zijn als een familie drie kinderen heeft.
4. Stel dat iemand longproblemen krijgt als hij/zij rookt en ofwel erfelijk belast is ofwel weinig aan sport doet. Stel dat de kans op roken .40 is, de kans op erfelijke belasting .20 en de kans op weinig sporten .50. Verder weet je dat iemand die rookt 20% kans heeft om erfelijk belast te zijn of weinig aan sport te doen. Wat is dan de kans dat iemand longproblemen krijgt?

5. Tijdens een les werd het aantal studenten geteld. Deze telling leerde ons dat 715 mensen aanwezig waren in de les. Van die 715 studenten waren er 412 vrouwen en 303 mannen. Verder weet je ook dat 395 studenten in de linkerbeuk van de aula zaten, de rest in de rechterbeuk.
- Als je er vanuit gaat dat "geslacht" en "zitplaats" statistisch onafhankelijk zijn, wat is dan de kans dat een toevallig getelde student én man is, én in de rechterbeuk plaatsneemt?
 - Ga er nu vanuit dat 314 vrouwen in de linkerbeuk zitten. Bovendien weet je dat er een man naast jou zit. Wat is dan de kans dat hij in de rechterbeuk zit?
6. Eén procent van de inwoners van een bepaalde stad heeft TBC. Iemand die in die stad woont, heeft een huidtest ondergaan. Het resultaat van die test was positief (volgens de test heeft de persoon dus TBC). 98% van de mensen met TBC en 5% van de mensen zonder TBC bekomen een positief resultaat met de test. Wat is de kans dat deze persoon effectief TBC heeft?
7. Stel dat de kans dat een kind op een bepaalde dag hoofdpijn heeft $\frac{4}{10}$ is, de kans dat het op een bepaalde dag buikpijn heeft $\frac{3}{10}$ is en de kans dat het op een bepaalde dag misselijk is $\frac{2}{10}$ is. Een kind dat hoofdpijn en buikpijn heeft, heeft 50% kans om misselijk te zijn. Stel dat het hebben van hoofdpijn en buikpijn statistisch onafhankelijk van elkaar is. Wat is dan de kans dat als een kind misselijk is, het hoofd- en buikpijn heeft?
8. Een persoon wordt geblinddoekt en voor drie vazen gezet (A, B en C, zie tekening). In het totaal zitten er 14 balletjes in de vazen. De helft van de balletjes is gekleurd. De persoon mag uit één van de vazen één balletje trekken. Trekt hij een gekleurd balletje, dan wint hij een prijs.



- Wat is de kans dat deze persoon een prijs wint?
- Stel dat we een kleine wijziging aanbrengen in het gokspel. De persoon mag nu zelf eerst de balletjes verdelen over de vazen. Hoe zou jij dat doen? Bepaal de kans dat je wint.

PRACTICUM 7 bis: Inductieve statistiek: combinatoriek en kans

BELANGRIJKE NOTIES

- ✓ Combinatoriek: vermenigvuldigingsregel, permutaties, combinaties
- ✓ Kansen op samengestelde gebeurtenissen: complement, doorsnede, unie

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horend bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 7 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Wat is de steekproefruimte als men geïnteresseerd is in het antwoord op de volgende vraag: "wat is het gemiddeld aantal ogen dat boven ligt?"
 - a. gegeven het toevalsexperiment "tos één dobbelsteen tweemaal"?
 - b. gegeven het toevalsexperiment "tos twee dobbelstenen éénmaal"?
2. Een klas bestaat uit 20 kinderen. Tijdens de turnles wordt er gevraagd om twee ploegen van elk 10 personen te vormen om tegen elkaar te spelen. Op hoeveel manieren kan je dit doen?
3. Gegeven dat er 20 studenten in het practicum zitten. Op hoeveel manieren kunnen deze studenten één groepje van acht en twee groepjes van zes studenten maken?
4. Bij een bepaalde prof heb je een kans van $1/20$ dat de prof na het academisch kwartiertje nog steeds niet is verschenen. Als je 13 lesweken hebt, wat is de kans dat je exact drie keer een academisch kwartiertje zal meemaken? (ga er vanuit dat er 1 x per week les is)
5. Veronderstel dat de kans op slagen bij een autorijexamen gelijk is aan .65 (de kans op slagen blijft steeds gelijk, onafhankelijk van het aantal pogingen).
 - a. Wat is dan de kans dat iemand zijn rijbewijs verkrijgt bij de tweede poging?
 - b. Wat is de kans dat iemand slaagt bij vier pogingen of minder?
6. Gegeven een bepaald soort meerkeuzenexamen waarbij er drie alternatieven worden aangeboden. Het is steeds zo dat er ofwel geen, één, twee of drie alternatieven juist zijn. Wat is de kans dat je zo'n vraag juist beantwoordt als je gokt (ga er vanuit dat elke combinatie even waarschijnlijk is)?
7. Gegeven vijf dobbelstenen met acht kanten (de cijfers 1 tot en met 8 staan dus elk op een kant van de dobbelsteen). Als je deze vijf dobbelstenen opgooit, wat is de kans dat je minstens drie keer een veelvoud van vier zal hebben?
8. Een test bestaat uit 10 waar-vals vragen. Per vraag kan de student twee punten verdienen. Vermits een student de antwoorden niet weet, zal hij bij elke vraag gokken. Hiertoe werpt hij een (eerlijk) muntstuk op. Indien hij kruis krijgt, antwoordt hij 'waar', verkrijgt hij munt, dan antwoordt hij 'vals'. Stel dat alle vragen waar zijn, wat is de kans dat de student een vrijstelling krijgt op zijn vak (neem 12 voor vrijstelling)?

9. Een gokker heeft zijn dobbelstenen vervalst. De kans op zes ogen voor elke dobbelsteen is gelijk aan $.3$, de kans op vijf ogen is gelijk aan $.1$. Alle andere uitkomsten zijn even waarschijnlijk. Stel dat hij 10 zulke dobbelstenen heeft. Wat is de kans om de volgende situatie te observeren?
- 3 keer 1 oog boven én 1 keer 2 ogen boven én 1 keer 3 ogen boven én
 2 keer 4 ogen boven én 2 keer 5 ogen boven én 1 keer 6 ogen boven.
10. In het kader van een promotiestunt worden er op straat zakjes chips uitgedeeld. Er zijn 20 zakjes chips, waarbij er 15 zijn van smaak A en vijf van smaak B. De producent van de zakjes chips veronderstelt dat de mensen de voorkeur geven aan smaak A. Een groep van acht studenten komt voorbij: vijf studenten kiezen smaak A, drie studenten kiezen smaak B. Hoe groot is de kans dat zo iets plaatsvindt als de studenten geen belang hechten aan de smaak van de zakjes chips?
11. Veronderstel dat de kans dat een vliegtuigmotor defect geraakt tijdens de vlucht gelijk is aan $.1$. Een vliegtuig stort echter pas neer als minder dan de helft van de motoren werkt.
- Wat zou je dan als passagier verkiezen, een twee- of een viermotorig vliegtuig?
 - Waaraan moet de kans op een defecte motor gelijk zijn, zodat een twee- en een viermotorig toestel even veilig zijn? Geef alle mogelijke antwoorden.
- (Tip: bij het oplossen van een kwadratische vergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c = 0$ heb je volgende formules nodig $D = b^2 - 4ac$ en $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$)
12. In een afdeling van een bedrijf wordt er een afvaardiging gekozen. De afdeling bestaat uit drie mannen en vier vrouwen. Door middel van loting worden er drie personen aangewezen. Drie vrouwen worden verkozen. Hebben de mannen een punt als ze veronderstellen dat de loting niet eerlijk is verlopen?
13. De kans dat een student aan deze vraag begint is gelijk aan $.80$. Eénmaal hij eraan begonnen is, is zijn kans op succes $2/3$. Stel dat de oplossing van deze vraag opgevraagd wordt in het practicum. Wat is de kans dat de practicumleider minstens één juiste oplossing vindt bij de eerste vier kopijen?

PRACTICUM 8 bis: Inductieve statistiek met één variabele

BELANGRIJKE NOTIES

- ✓ Discrete toevalsvariabelen: kansmassafunctie en cumulatieve verdelingsfunctie
- ✓ Continue toevalsvariabelen: dichtheidsfunctie en cumulatieve verdelingsfunctie
- ✓ Populatiekwantielen
- ✓ Populatiemodus, populatiemediaan, populatiegemiddelde of verwachte waarde.

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie die hoort bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 8 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Gegeven volgende tabel van de discrete toevalsvariabele X :

X	Φ_X
1	.10
2	.30
3	.50
4	.50
5	.70
6	.80
7	1

Bepaal

- a. Pc_5^*
 - b. $\pi_X(7)$
 - c. Me_X^*
 - d. Modus
 - e. $E[X]$
2. Een dichtheidsfunctie φ heeft volgend functievoorschrift:
- $\varphi_X : x \mapsto .1x - .1$ voor $1 \leq X \leq 3$
 - $\varphi_X : x \mapsto .20$ voor $3 \leq X \leq 5$
 - $\varphi_X : x \mapsto -.1x + .7$ voor $5 \leq X \leq 7$
 - $\varphi_X : x \mapsto .1$ voor $8 \leq X \leq 9$ en voor $10 \leq X \leq 11$
 - $\varphi_X : x \mapsto 0$ anderdeels

Bepaal

- a. $\varphi_X(1.3457)$
- b. $P(X = 6)$
- c. $P(X < 6)$
- d. $P(4 \leq X \leq 9)$
- e. $X_{.80}^*$
- f. $\Phi_X(4)$

3. Stel de cumulatieve verdelingsfunctie op van de dichtheidsfunctie uit oefening 2. Bepaal het interkwartielbereik en duidt kwartiel 3 en kwartiel 1 aan op de grafiek.
4. Gegeven een bepaald soort meerkeuzevraag met drie antwoordalternatieven. Gegeven is dat er ofwel nul, één, twee of drie alternatieven juist kunnen zijn. Bij het volledig correct beantwoorden van de vraag krijg je twee punten.
 - a. Hoeveel punten zouden er afgetrokken moeten worden bij een foutief antwoord opdat het verwacht aantal punten bij gokken gelijk zou zijn aan 0?
 - b. Wat is de modus?
5. Stel een dichtheidsfunctie op zodat er aan alle onderstaande voorwaarden tegelijkertijd is voldaan.
 $Me_X^* = 5$
 $\Phi_X(8) = 1$
 $P(X \leq 0) = .1$
 $P(X = 2) = 0$
 $\varphi_X(1) = .20$
 $\Phi_X(3) = .40$
6. Een schoolpsycholoog onderzoekt pestgedrag op school. Door middel van een uitgebreid interview wil hij zicht krijgen op het pestgedrag in een klas. Hiertoe zal hij willekeurig vijf van de 30 leerlingen selecteren om te ondervragen. Gegeven is dat er in die specifieke klas zeven kinderen zijn die gepest worden. Stel de kansmassafunctie op van de toevalsvariabele X , waarbij X het aantal gepeste kinderen weergeeft in de selectie die de schoolpsycholoog zou kunnen maken. Toevallig is het zo dat de volgende dag er ook een commissie aanwezig is in de school die pestgedrag onderzoekt en hiervoor 10 leerlingen uit die klas selecteert om te bevragen. Wat is de kans dat beide onderzoekers dezelfde leerlingen bevragen?
7. Gegeven volgend kansspel. Een speler kiest een bepaald bedrag als inzet (dit bedrag is hij steeds kwijt) en kiest een getal van 1 tot en met 6. Vervolgens werpt hij drie dobbelstenen. Als zijn getal op alle drie de dobbelstenen bovenkomt, dan krijgt hij viermaal zijn inzet uitbetaald. Zijn er twee dobbelstenen met dit getal, dan krijgt hij driemaal zijn inzet uitbetaald. Is er slechts één dobbelsteen met dit getal, dan is de uitbetaling tweemaal de inzet. Als zijn getal bij geen enkele dobbelsteen bovenkomt, dan krijgt hij niets uitbetaald. Druk de verwachte winst uit in functie van de inzet.

PRACTICUM 9 bis:
Inductieve statistiek één variabele (vervolg)
Inductieve statistiek twee variabelen

BELANGRIJKE NOTIES

- ✓ Populatiebereik, populatie-interkwartielbereik, populatievariantie en -standaarddeviatie
- ✓ Ongelijkheid van Tchebychev
- ✓ Bivariate, marginale en conditionele kansmassafuncties
- ✓ Bivariate, marginale en conditionele dichtheidsfuncties
- ✓ Statistische onafhankelijke variabelen
- ✓ Populatiecovariantie en -correlatie

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horende bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 9 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Gegeven onderstaande kansmassatabel. Bepaal de cumulatieve verdelingstabel.

$\pi_{X,Y}$	Y		
	1	2	3
X			
1	.05	.20	.05
2	.03	.15	.15
3	.02	.05	.30

2. Een logopedist biedt drie verschillende stotterprogramma's aan. Het eerste programma bestaat uit 10 uur intensieve begeleiding, het tweede programma omvat 20 uur, het derde 30 uur. Elke patiënt die zij aanneemt, heeft hevige stotterproblemen (niveau 3). De logopedist garandeert de volgende resultaten: (zie tabel). De toevalsvariabele X geeft het aantal uren begeleiding aan, de toevalsvariabele Y het niveau van stotteren na de behandeling.

$\pi_{X,Y}$	Y			
	1	2	3	
X				
10	.15	.30	.05	.50
20	.09	.18	.03	.30
30	.06	.12	.02	.20
	.30	.60	.10	1

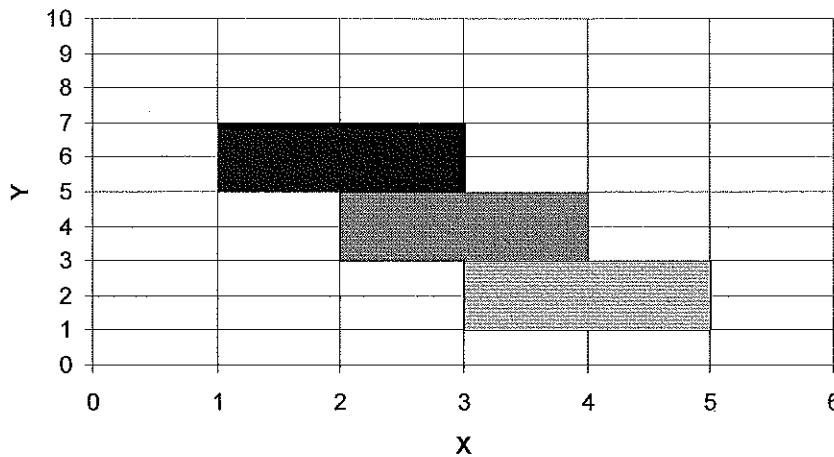
- a. Globaal genomen, welk effect heeft de behandeling van de logopedist?
 - b. Vermits iedereen met hetzelfde niveau van stotteren aan de behandeling begint, veronderstelt de logopedist dat mensen met de langste behandeling meer van elkaar gaan verschillen dan bij de korte behandeling. Ga deze hypothese na.
 - c. Bepaal de correlatie tussen X en Y.
3. In de baseball-finale tussen de San Francisco Giants en de New York Mets zijn de San Francisco Giants aan zet. Indien zij een homerun slagen, winnen zij de competitie. Brian

Boehringer is aan zet. Een fervente fan heeft steeds bijgehouden hoe ver hij de bal kan gooien. Zijn conclusie is dat de wiskundige verwachting van een slag gelijk is aan 50 m, met een populatievariantie van 25. Gegeven dat een slag van 75 m of meer gegarandeerd een homerun oplevert, maak een schatting van de kans dat Brian zijn team naar de overwinning leidt door een slag van 75 m of verder.

4. Een forensisch psycholoog onderzoekt de reïntegratie in de samenleving van gedetineerden. Eén jaar na vrijlating bezoekt de psycholoog ex-gedetineerden die er een gevangenisstraf hadden opzitten van 1 tot en met 5 jaar. Aan de hand van een gestructureerd interview bepaalt hij of integratie al dan niet heeft plaatsgevonden (toevalsvariabele X met 0 = geen integratie, 1 = wel integratie). Bovendien noteert hij ook hoeveel jaren de gedetineerden effectief hebben vastgezet. Voor zowel de geïntegreerden als de niet-geïntegreerden vind je hieronder gegevens over hoe lang zij hebben vastgezet (toevalsvariabele Y : aantal jaar vastgezet).

?	Y				
	1	2	3	4	5
X					
0	.20	.20	.20	.20	.20
1	.30	.30	.20	.10	.10

- a. Vul de juiste statistische maat in bij '?'
 b. Wat is de kans dat een gedetineerde een gevangenisstraf kreeg van drie jaar of meer? Maak gebruik van het feit dat 60% van de gedetineerden zich integreert.
 c. Bepaal de kans op integratie voor iemand die 2 of 3 jaar heeft gezeten.
 d. Bereken de variantie van de toevalsvariabele Y .
5. Hieronder vind je het grondoppervlak van een bivariate dichtheidsfunctie. Het grondoppervlak bestaat uit drie rechthoeken. Gegeven is dat de bivariate dichtheidswaarden gelijk zijn per rechthoek. Gegeven is ook dat de bivariate dichtheidswaarde van de bovenste rechthoek steeds zesmaal groter is dan de onderste, de bivariate dichtheidswaarden van de middelste is driemaal groter dan de onderste.



Bepaal:

- a. $\phi_{X,Y}(3,2) =$
 b. $P(3 \leq X \leq 4, 2 \leq Y \leq 6) =$
 c. $\Phi_{X,Y}(2,2) =$

<p style="text-align: center;">PRACTICUM 10 bis: Relatie tussen steekproef- en populatiekarakteristieken van toevalsvariabelen</p>
--

BELANGRIJKE NOTIES

- ✓ Statistiek en parameter
- ✓ Steekproevenverdeling
- ✓ Schatter: zuivere schatter, asymptotisch zuivere schatter, consistente schatter
- ✓ lid
- ✓ Standaardfout van een schatter

VOORBEREIDING

- ✓ Bekijk de theorie horende bij dit practicum.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Hermaak practicum 10 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Gegeven de volgende kansmassafunctie van de toevalsvariabele X .

X	π_X
5	.10
10	.15
15	.35
20	.30
25	.10

- Stel dat je een steekproef van 100 elementen zou trekken en vanuit deze steekproef de wiskundige verwachting zou schatten. Bepaal dan de standaardfout van het rekenkundig gemiddelde.
2. Gegeven het toevalsexperiment waarbij we 10 keer een toevalsgetal tussen 0 en 9 genereren. Een mogelijke uitkomst van dit TE is dus bijvoorbeeld: (0, 3, 6, 6, 4, 5, 3, 9, 5, 5). Stel dat we de 10 toevalsgetallen die we bij een uitvoering van het toevalsexperiment verkrijgen, optellen.
- a. Bepaal dan de wiskundige verwachting van deze som.
 - b. Bepaal dan de variantie van deze som.
3. De toevalsvariabele X kan drie waarden aannemen: 0, 1 en 2. Stel de kans dat X de waarde 0 aanneemt, gelijk aan θ . Stel verder dat de kans dat X de waarde 1 aanneemt gelijk is aan de kans dat X de waarde 2 aanneemt. Geef de steekproevenverdeling van \bar{M}_e voor $n = 2$ waarbij MTL getrokken wordt. (Reken de kansmassa's daarbij zo ver als mogelijk uit).

4. Vul de volgende bivariate kansmassatabel zodanig aan dat X en Y statistisch afhankelijk en identiek verdeeld zijn.

	Y		
X	1	2	3
0			
2			
3			

5. De toevalsvariabele X kan twee waarden aannemen: -1 en 1. Stel de kans dat X de waarde -1 aanneemt, gelijk aan θ . Gemiddeld genomen, over alle mogelijke (op ZTW getrokken) steekproeven van 8 elementen is $E[S_X^2] = \dots?$

PRACTICUM 11 bis: Herhalings practicum

VOORBEREIDING

- ✓ Hermaak practicum 11 van vorig jaar.
- ✓ Noteer knelpunten en/of problemen.
- ✓ Maak onderstaande opgaven.

OPGAVEN

1. Een psycholoog onderzoekt de relatie tussen de snelheid van energieverbruik en de intelligentie van zijn proefpersonen. De gegevens van de 15 proefpersonen vind je hieronder.

<i>energieverbruik</i>	<i>intelligentie</i>
10	110
7	125
12	98
8	100
9	105
7	115
10	95
4	100
8	93
6	107
5	120
10	110
9	90
7	103
5	98

Stel dat de onderzoeker intelligentie wil voorspellen aan de hand van energieverbruik. Bepaal de proportie verklaarde variantie bij algemene optimale voorspelling.

2. Zet de gegevens van dit stam-en-loofdigram om in een boxplot (versie met uitbijters).

10	00134
10	5589
11	0024
11	55599
12	02
12	5
13	3
13	6
14	2

Stam x 100 + loof

3. Gegeven de volgende verzamelingen:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{3, 4, 5\}$$

$$D = (2^A \cap 2^B) \setminus C.$$

- a. Geef een voorbeeld van een element van D.
- b. Bepaal het kardinaalgetal van D.

4. Gegeven de volgende bivariate frequentietabel van toevalsvariabelen X en Y . Bepaal

$$S_{2x+y} - 7y + 3$$

Y	X		
	10	20	30
1	0	1	2
2	1	2	3
3	3	1	0
4	2	2	1

5. Een skiverhuurder in de Ardennen gaat er vanuit dat hij per wintermaand vijf dagen sneeuw moet hebben om uit de kosten te geraken. Veronderstel dat de kans op sneeuw op een willekeurige dag in december gelijk is aan .05 en dat de gebeurtenis sneeuw op dag i statistisch onafhankelijk is van sneeuw op eender welke andere dag in december. Bepaal dan de kans dat hij net op kerstdag uit de kosten komt (beschouw december als een wintermaand).
6. Construeer een cumulatieve verdelingsfunctie van een discrete toevalsvariabele zodat er aan alle onderstaande voorwaarden gelijktijdig is voldaan.
- $Me_x^* = 2$
 $P(X \leq 4) = .75$
 $Q_3^* - Q_1^* = 2$
7. Gegeven een dobbelsteen waarbij de kans op 6 onbekend is (neem hiervoor de waarde θ). Er is verder nog gegeven dat alle andere waarden op de dobbelsteen even veel kans hebben om voor te komen. Stel dat deze dobbelsteen driemaal wordt opgegooid. Bereken het verwachte aantal zessen dat boven zal liggen.