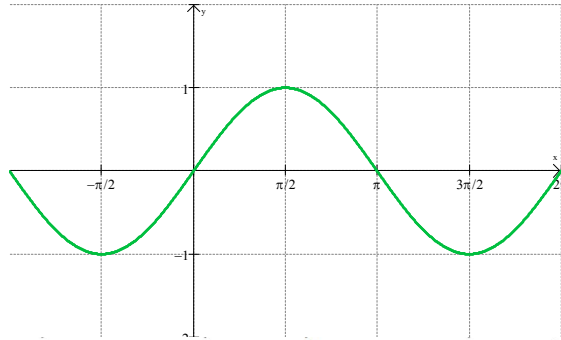


Cyclometrische functies

1. De boogsinusfunctie

Gegeven is de grafiek van de sinusfunctie.

Deze functie is niet inverteerbaar, want elke waarde in het interval $[-1,1]$ is de sinus van een oneindig aantal x-waarden.

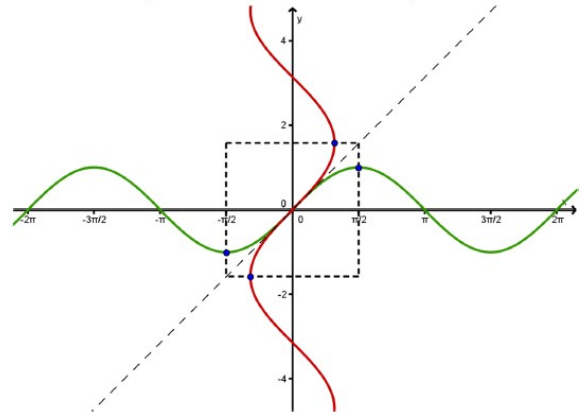


Als we de sinusfunctie beperken tot het interval

$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, dan is ze wel inverteerbaar.

De inverse van deze functie met beperkt domein noemen we de **boogsinusfunctie**. Notatie: Bgsin

$$\text{dom Bgsin} = [-1,1] \quad \text{ber Bgsin} = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

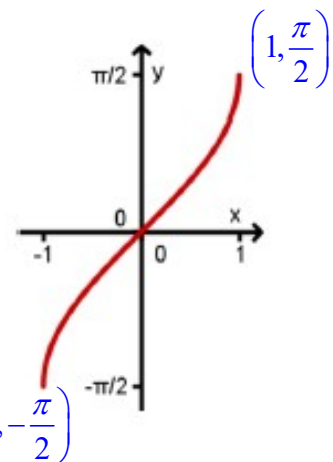


Definitie:

$$y = \text{Bgsin } x \Leftrightarrow x = \sin y \text{ en } y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

We lezen dit als: Bgsinus x is de hoek of boog in het interval

$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ waarvan de sinus gelijk is aan x.



Voorbeelden:

$$1) \text{Bgsin } \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$2) \text{Bgsin} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\pi}{4} \text{ want } \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ en } -\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$3) \text{Bgsin} (-0,65) = -0,707584436 \text{ Met GRM: 2nd sin met Modus Radian}$$

Tekenverloop:

x	-1	0	1
f(x)	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$

Verloop:

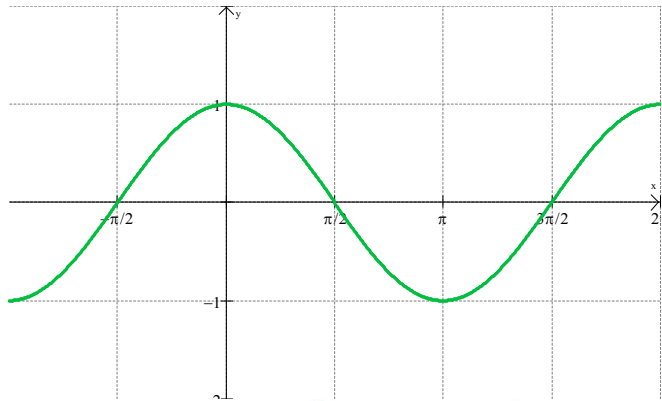
x	-1	1
f(x)	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

Symmetrie: de functie is oneven, symmetrisch t.o.v. de oorsprong

2. De boogcosinusfunctie

Gegeven is de grafiek van de cosinusfunctie.

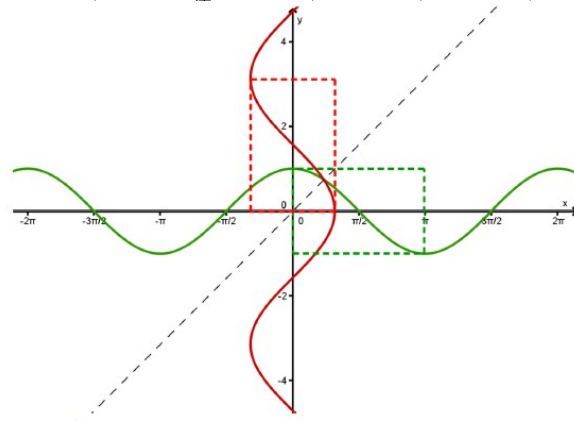
Deze functie is niet inverteerbaar, want elke waarde in het interval $[-1, 1]$ is de cosinus van een oneindig aantal x-waarden.



Als we de cosinusfunctie beperken tot het interval $[0, \pi]$, dan is ze wel inverteerbaar.

De inverse van deze functie met beperkt domein noemen we de **boogcosinusfunctie**.
Notatie: **Bgcos**

$\text{dom Bgcos} = [-1, 1]$ $\text{ber Bgcos} = [0, \pi]$



Definitie:

$$y = \text{Bgcos } x \Leftrightarrow x = \cos y \text{ en } y \in [0, \pi]$$

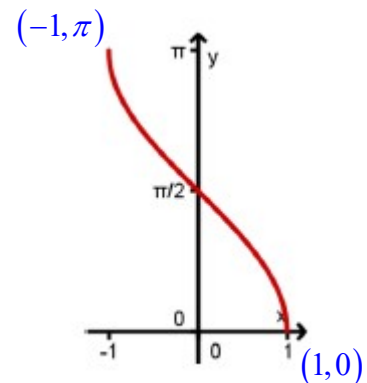
We lezen dit als: Bgcosinus x is de hoek of boog in het interval $[0, \pi]$ waarvan de cosinus gelijk is aan x.

Voorbeelden:

$$1) \text{Bgcos } \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$2) \text{Bgcos} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3\pi}{4} \text{ want } \cos \left(\frac{3\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ en } \frac{3\pi}{4} \in [0, \pi]$$

$$3) \text{Bgcos}(-0,44) = -2,026395$$



Tekenverloop:

x	-1	0	1
f(x)	π	$\frac{\pi}{2}$	0

Verloop:

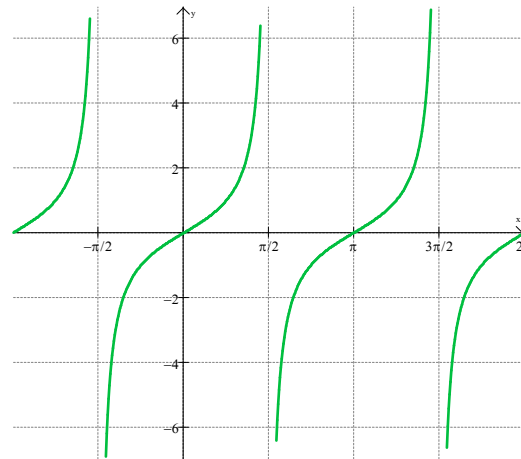
x	-1	1
f(x)	π	0

Symmetrie: de functie is even, noch oneven

3. De boogtangensfunctie

Gegeven is de grafiek van de tangensfunctie.

Deze functie is niet inverseerbaar, want elke reële waarde is de tangens van een oneindig aantal x-waarden.



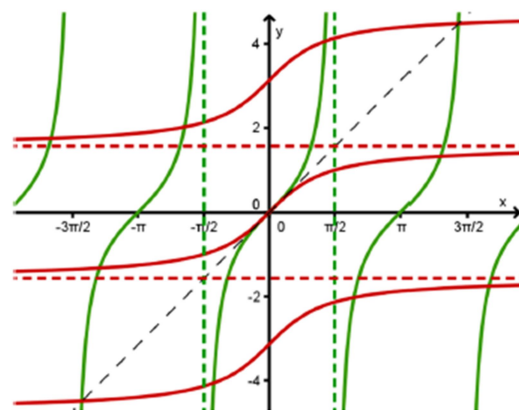
Als we de tangensfunctie beperken tot het interval

$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, dan is ze wel inverseerbaar.

De inverse van deze functie met beperkt domein noemen we de **boogtangensfunctie**.

Notatie: Bgtan

$$\text{dom Bgtan} = \mathbb{R} \quad \text{ber Bgtan} = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

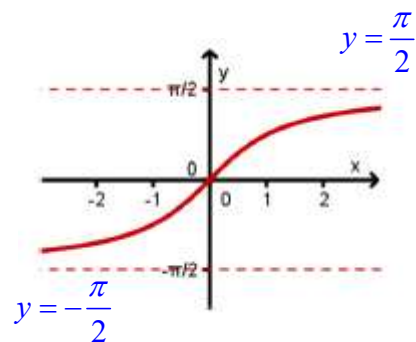


Definitie:

$$y = \text{Bgtan } x \Leftrightarrow x = \tan y \text{ en } y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

We lezen dit als: Bgtan x is de hoek of boog in het interval

$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ waarvan de tangens gelijk is aan x.



Voorbeelden:

1) $\text{Bgtan} 1 = \frac{\pi}{4}$

2) $\text{Bgtan}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{\pi}{6}$ want $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ en $-\frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

3) $\text{Bgtan}(100) = 1,56079666$

Tekenverloop:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	-	0	+

Verloop:

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

Symmetrie: de functie is oneven, symmetrisch t.o.v. de oorsprong

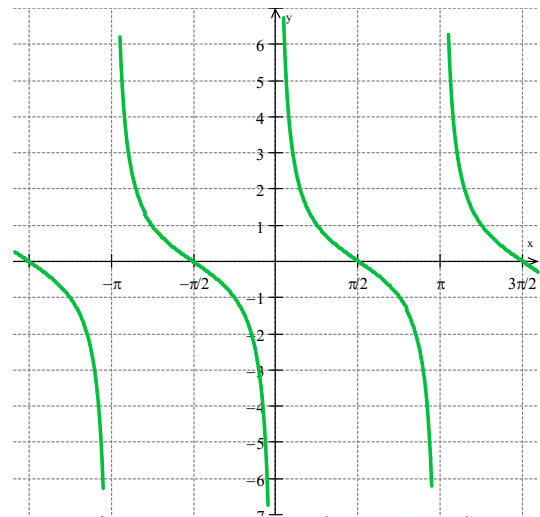
Asymptotisch gedrag: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{Bgtan } x = \frac{\pi}{2}$ en $\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{Bgtan } x = -\frac{\pi}{2}$

De functie heeft 2 horizontale asymptoten: $y = \frac{\pi}{2}$ en $y = -\frac{\pi}{2}$

4. De boogcotangensfunctie

Gegeven is de grafiek van de cotangensfunctie.

Deze functie is niet inverseerbaar, want elke reële waarde is de cotangens van een oneindig aantal x-waarden.

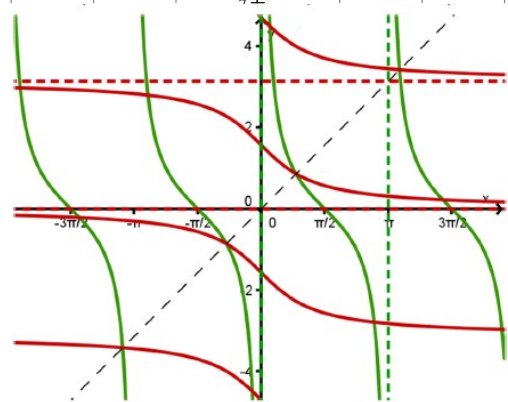


Als we de cotangensfunctie beperken tot het interval $]0, \pi[$, dan is ze wel inverseerbaar.

De inverse van deze functie met beperkt domein noemen we de **boogcotangensfunctie**.

Notatie: Bgcot

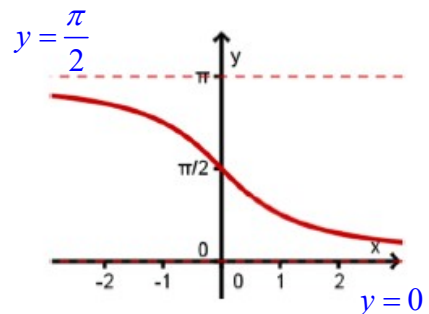
$$\text{dom Bgcot} = \mathbb{R} \quad \text{ber Bgcot} =]0, \pi[$$



Definitie:

$$y = \text{Bgcot } x \Leftrightarrow x = \cot y \text{ en } y \in]0, \pi[$$

We lezen dit als: Bgcotangens x is de hoek of boog in het interval $]0, \pi[$ waarvan de cotangens gelijk is aan x .



Voorbeelden:

$$1) \text{Bgcot } 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$2) \text{Bgcot}(-\sqrt{3}) = \frac{5\pi}{6} \text{ want } \cot \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3} \text{ en } \frac{5\pi}{6} \in]0, \pi[$$

$$3) \text{Bgcot}(2,45) = \text{Bgtan}\left(\frac{1}{2,45}\right) = 0,38752 \text{ want } \forall a \in \mathbb{R}_0^+ : \text{Bgcot } a = \text{Bgtan}\left(\frac{1}{a}\right)$$

$$4) \text{Bgcot}(-3,007) = \pi + \text{Bgtan}\left(\frac{1}{-3,007}\right) = 2,82054 \text{ want } \forall a \in \mathbb{R}_0^- : \text{Bgcot } a = \pi + \text{Bgtan}\left(\frac{1}{a}\right)$$

Tekenverloop:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)		$\frac{\pi}{2}$	
		+	+

Verloop:

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	π	0

Symmetrie: de functie is noch even, noch oneven.

Asymptotisch gedrag: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{Bgcot } x = 0$ en $\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{Bgcot } x = \pi$

De functie heeft 2 horizontale asymptoten: $y = 0$ en $y = \pi$