

De regel van Horner

Om het quotiënt en de rest te vinden van de Euclidische deling van een veelterm $f(x)$ door $x - a$ met $a \in \mathbb{R}$ kan men een bijzondere schikking volgen die blijkt uit de volgende redenering:

Voorbeeld: deel $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 10x - 5$ door $x - a = x - 2$

Dan is $\text{graad}(r(x)) < \text{graad}(x - a)$.

Daar $\text{graad}(x - a) = 1$, geldt $\text{gr}(r(x)) = 0$ of $r(x)$ is een constante r .

Uit de hoofdeigenschap van de Euclidische deling volgt:

$$2x^3 - 7x^2 + 10x - 5 = (x - 2) \cdot q(x) + r$$

Dan is $\text{gr}(q(x)) = 2$ en we stellen $q(x) = mx^2 + nx + p$

$$\begin{aligned} \rightarrow 2x^3 - 7x^2 + 10x - 5 &= (x - 2) \cdot (mx^2 + nx + p) + r \\ &= mx^3 - 2mx^2 + nx^2 - 2nx + px - 2p + r \\ &= mx^3 + (n - 2m)x^2 + (p - 2n)x + (r - 2p) \end{aligned}$$

Uit de definitie van gelijke veeltermen, volgt dat de gelijksoortige coëfficiënten aan elkaar gelijk zijn:

$$\begin{array}{ll} m = 2 & \text{of: } m = 2 \\ n - 2m = -7 & n = -7 + 2m \\ p - 2n = 10 & p = 10 + 2n \\ r - 2p = -5 & r = -5 + 2p \end{array}$$

Dit schikken we als volgt:

	2	-7	10	-5	$\rightarrow$ coëfficiënten van het deeltal
2		2m	2n	2p	
	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>r</i>	
	coëfficiënten van het quotiënt			rest	

of:

	2	-7	10	-5
2		4	-6	8
	2	-3	4	3

Dan is $q(x) = 2x^2 - 3x + 4$ en $r = 3$

Dit schema noemt men de **regel van Horner**.

Voorbeelden:

1) Deel $-2x^3 - 2x^2 + 16x + 24$ door $x - 3$

We rangschikken de coëfficiënten van de termen volgens de dalende machten van x .

	-2	-2	16	24
3		-6	-24	-24
	-2	-8	-8	0

Het quotiënt is $-2x^2 - 8x - 8$ rest = 0

2) Deel $4x^3 - 8 + 3x^4 - 5x$ door $x + 2$

We rangschikken de coëfficiënten van de termen volgens de dalende machten van x en voegen 0 in voor de termen die ontbreken: $3x^4 + 4x^3 + 0x^2 - 5x - 8$.

deler = $x + 2 = x - (-2)$

	3	4	0	-5	-8
-2		-6	4	-8	26
	3	-2	4	-13	18

quotiënt = $3x^3 - 2x^2 + 4x - 13$ rest = 18