SATELLIETEN IN EEN BAAN OM DE AARDE

Bewering: voor satellieten die een eenparige cirkelvormige beweging om de aarde uitvoeren, berekent men de straal r van hun baan om de aarde met de formule $r = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T}{4\pi^2}}$,

waarbij $\gamma = \text{de gravitatieconstante} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$,

$M = \text{de massa van de aarde} = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$,

$T = \text{de omlooptijd van de satelliet rond de aarde.}$

VERKLARING

Positievector $\vec{r} = x.\vec{i} + y.\vec{j}$ met $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$,
$\theta = \omega t$ (ω = hoeksnelheid)

zodat $\vec{r} = r\cos\omega t.\vec{i} + r\sin\omega t.\vec{j}$ en $|\vec{r}| = r$.

Snelheidsvector $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -r\omega\sin\omega t.\vec{i} + r\omega\cos\omega t.\vec{j}$
en $|\vec{v}| = v = \omega r$.

Versnellingsvector $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -r\omega^2\cos\omega t.\vec{i} - r\omega^2\sin\omega t.\vec{j}$
en $|\vec{a}| = a = \omega^2 r$.

Als de omlooptijd T is, is $\omega T = 2\pi$, zodat

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Aangezien $F = ma = \frac{\gamma m M}{r^2}$ (wet van Newton; gravitatiewet)
is

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{\gamma M}{r^2},$$

zodat $\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$ = constant (cfr. 3de wet van Kepler).

GEVOLG. Voor een geostationaire satelliet is $T = 86\,400\ s$ (1 dag) zodat (via de bovenstaande waarden) $r \simeq 42\,300$ km.
De aardstraal bedraagt ongeveer 6300 km en bijgevolg vliegt een geostationaire satelliet op een hoogte van ongeveer 36000 km boven de aarde.