$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (*)$$

BEWIJS $$\sum_{i=1}^{n}\left[(i+1)^3 - i^3\right] = (2^3 - \underline{1}^3) + (3^3 - 2^3) + (4^3 - 3^3) + \dots + (\underline{(n+1)}^3 - n^3)$$

$$= (n+1)^3 - 1 \quad (1)$$

(enkel de onderlijnde termen blijven over na sommatie)

en

$$\sum_{i=1}^{n}\left[(i+1)^3 - i^3\right] = \sum_{i=1}^{n}(3i^2 + 3i + 1)$$

$$= 3\sum_{i=1}^{n} i^2 + 3\sum_{i=1}^{n} i + n$$

$$= 3\sum_{i=1}^{n} i^2 + \frac{3n(n+1)}{2} + n \quad (2)$$

Uit (1) en (2) volgt (*)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{i(i+1)} = 2$$

BEWIJS $$\frac{2}{i(i+1)} = \frac{2}{i} - \frac{2}{i+1}$$

dus

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{1\cdot 2} = \frac{2}{1} - \frac{2}{2}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{2\cdot 3} = \frac{2}{2} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{3\cdot 4} = \frac{2}{3} - \frac{2}{4}$$

$$\vdots$$

$$\frac{2}{n(n+1)} = \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1}$$

$$+ \overline{}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{i(i+1)} = \lim_{n\to\infty}\left(2 - \frac{2}{n+1}\right)$$

$$= 2.$$

(bij sommatie vallen de termen twee aan twee weg: zie stippellijnen)