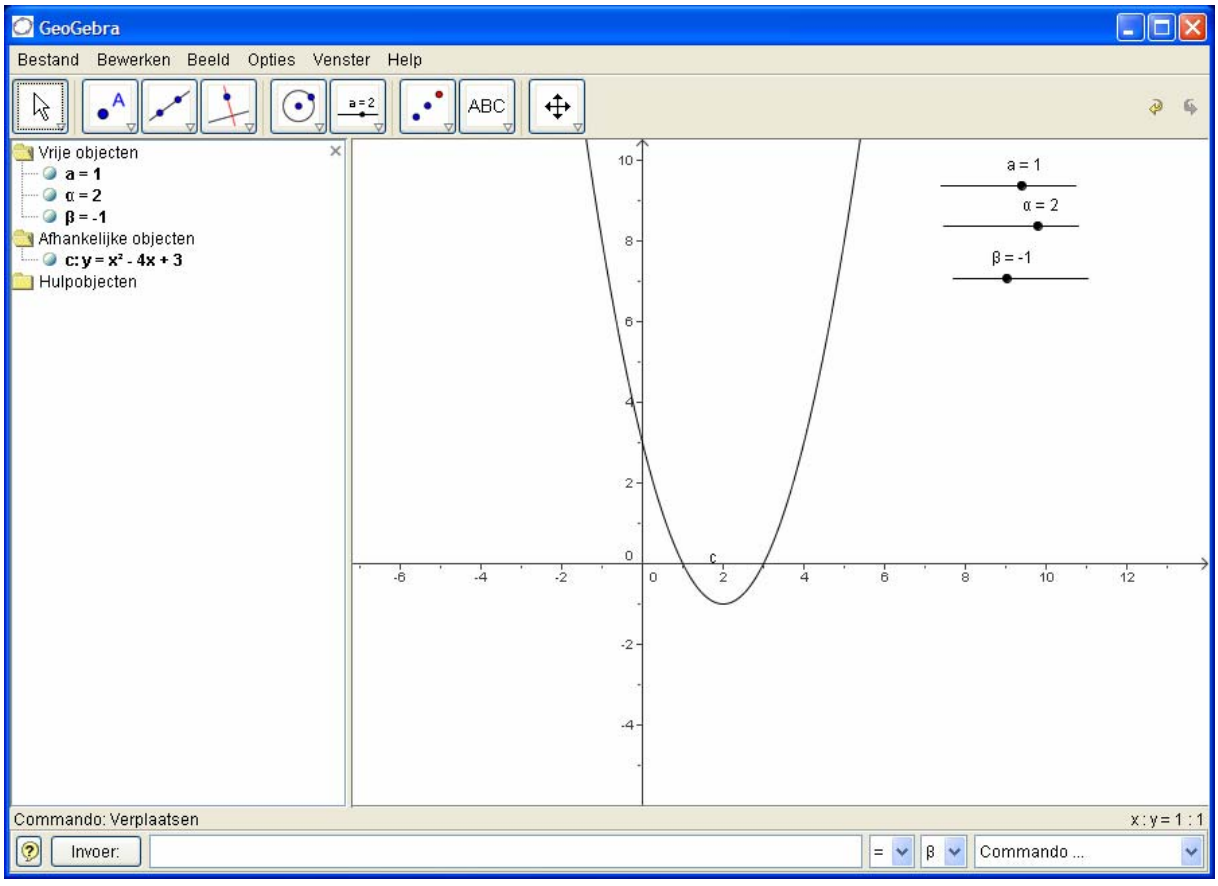
GEOGEBRA

IN DE TWEEDE GRAAD



Roger Van Nieuwenhuyze
Docent wiskunde en statistiek aan Ehsal, Brussel.
Auteur Van Basis tot Limiet.

roger.van.nieuwenhuyze@skynet.be

GeoGebra
http://www.geogebra.at/

1. Het pakket geogebra

Geogebra is een wiskundepakket dat meetkunde en algebra en analyse combineert en ontwikkeld werd door

De vertaling naar het Nederlands gebeurde door Bea Versichel, Pedro Tytgat en Ivan Dewinne.

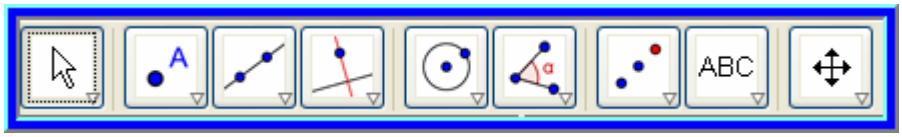
Geogebra is een open-sourcepakket en mag dus **gratis** gedownload worden.

Dit kan heel eenvoudig gebeuren door op Google, geogebra in te typen of rechtstreeks te surfen naar: http://www.geogebra.at/

Kies voor Webstart want dan ga je steeds over de laatste versie beschikken.

Er is ook een gebruikersforum: www.geogebra.at/forum
en een soort materialenbank: www.geogebra.at/en/wiki

De basisicoontjes zijn:



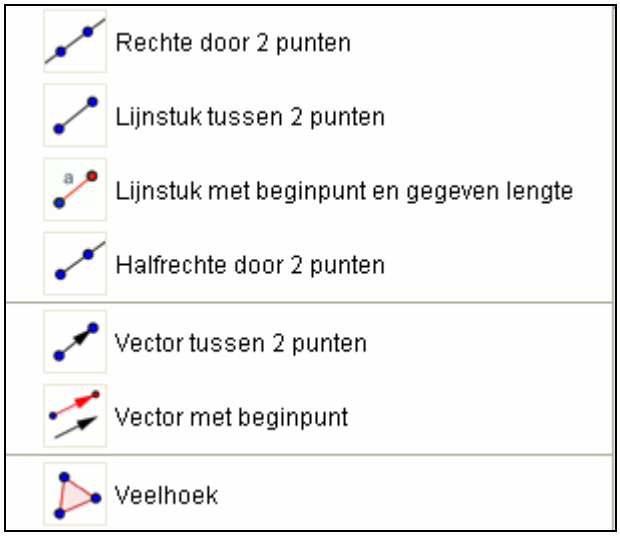
1 2 3 4 5 6 7 8 9

De menubalk is:

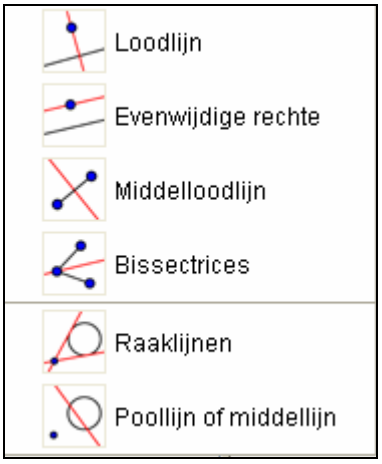
Icoontje **1**: de selecteerknop

Icoontje **2**: tekenen van punten

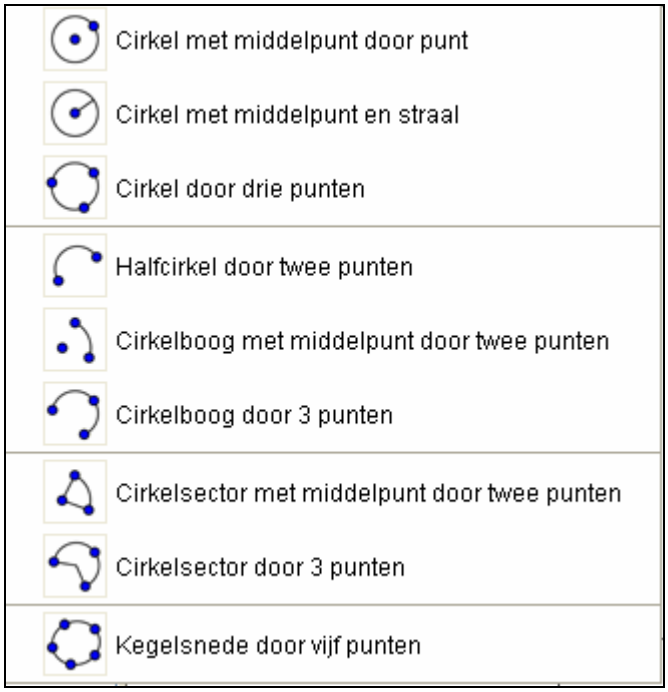
Icoontje **3**: tekenen van lijnen



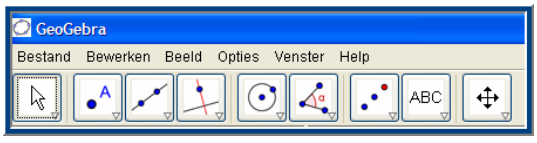
Icoontje **4**: constructies



Icoontje **5**: cirkel en cirkelbogen

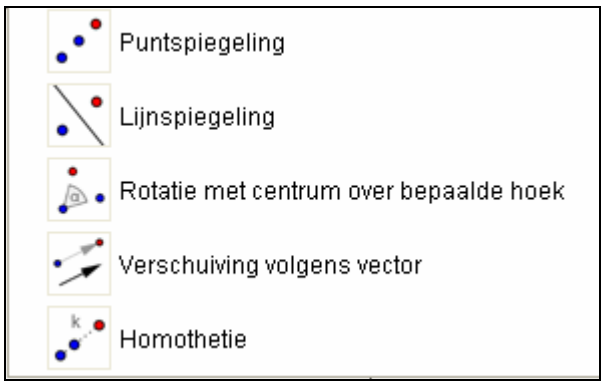


Icoontje **6**: hoeken, afstanden, schuifknop en meetk. plaats

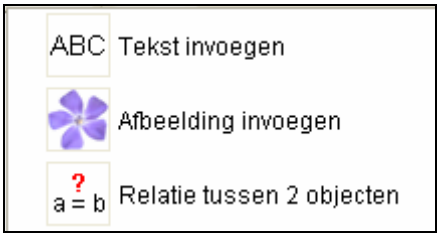


1 2 3 4 5 6 7 8 9

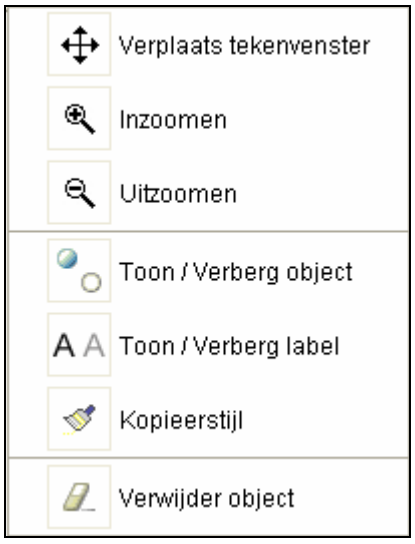
Icoontje **7**: transformaties

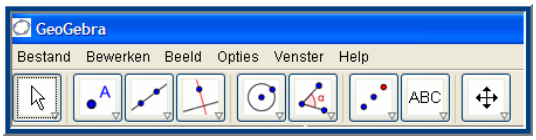


Icoontje **8**: tekst en afbeeldingen invoegen, ?



Icoontje **9**: layout

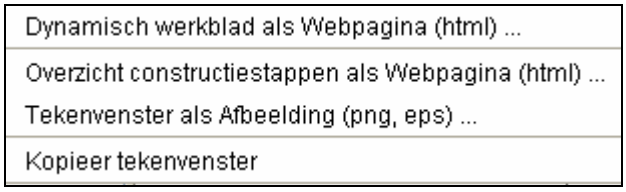




1 2 3 4 5 6 7 8 9

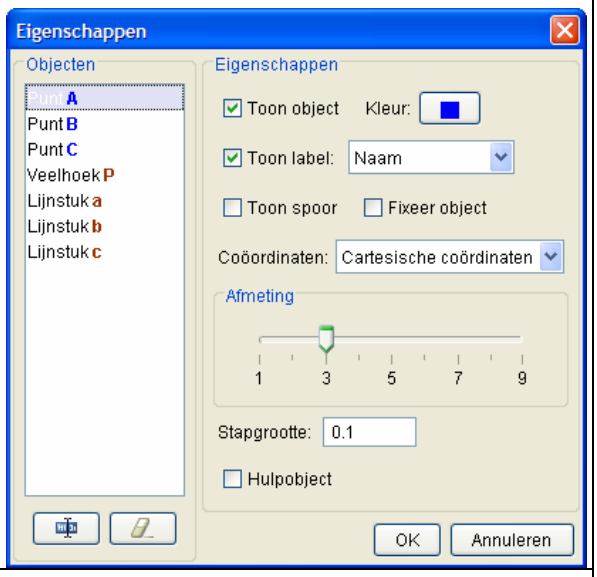
Bestand

Exporteren is wel een belangrijk onderdeel want hiermee kan men **dynamische webbladen** maken!

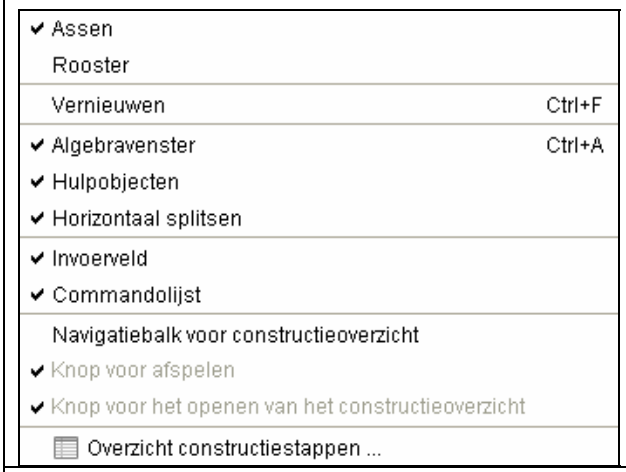


Bewerken

Met de knop eigenschappen kan men als bvb een driehoek getekend is het volgende uitvoeren:

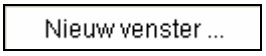


Beeld

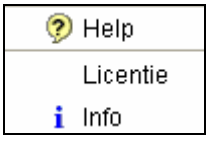


Opties

Venster



Help



2. Waar is dit pakket bruikbaar?

Dit pakket is bruikbaar in **alle** graden van het secundair onderwijs en dit zowel in het ASO, TSO-KSO als het BSO.

Er is momenteel nog weinig Nederlandstalig materiaal beschikbaar maar volgende links geven toch al een aardig idee rond de toepasbaarheid van dit pakket:

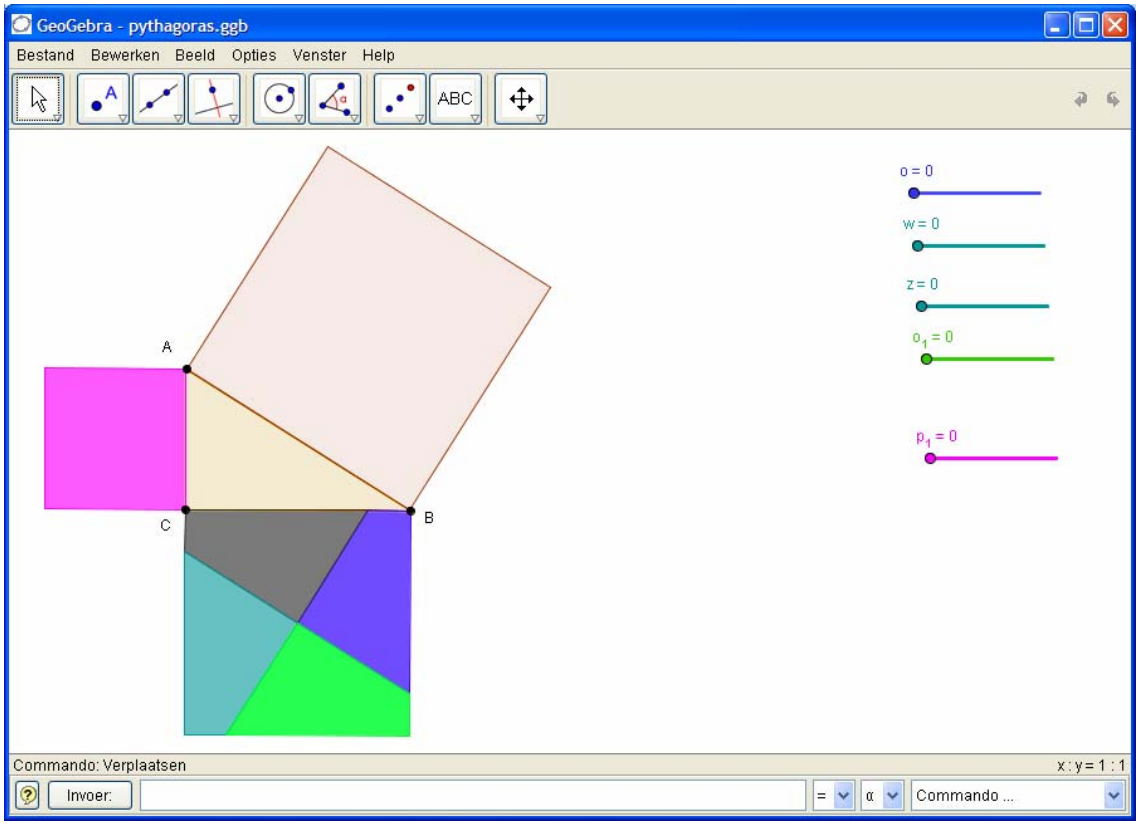
http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/index.htm

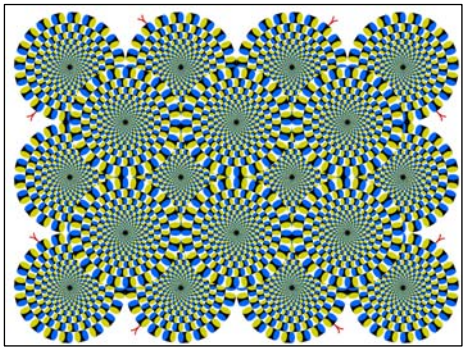
http://www.geogebra.at/en/wiki/index.php/English

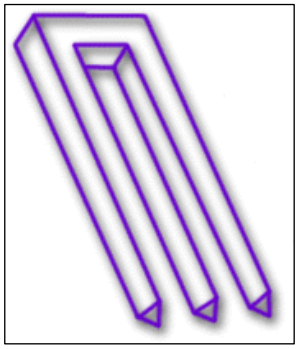
http://www.geogebra.at/en/wiki/index.php/Dutch

http://www.geogebra.at/en/wiki/index.php/Main_Page

Met dit pakket is het mogelijk om op een eenvoudige wijze dynamische webpagina's te maken wat uiteraard heel veel didactische perspectieven biedt.





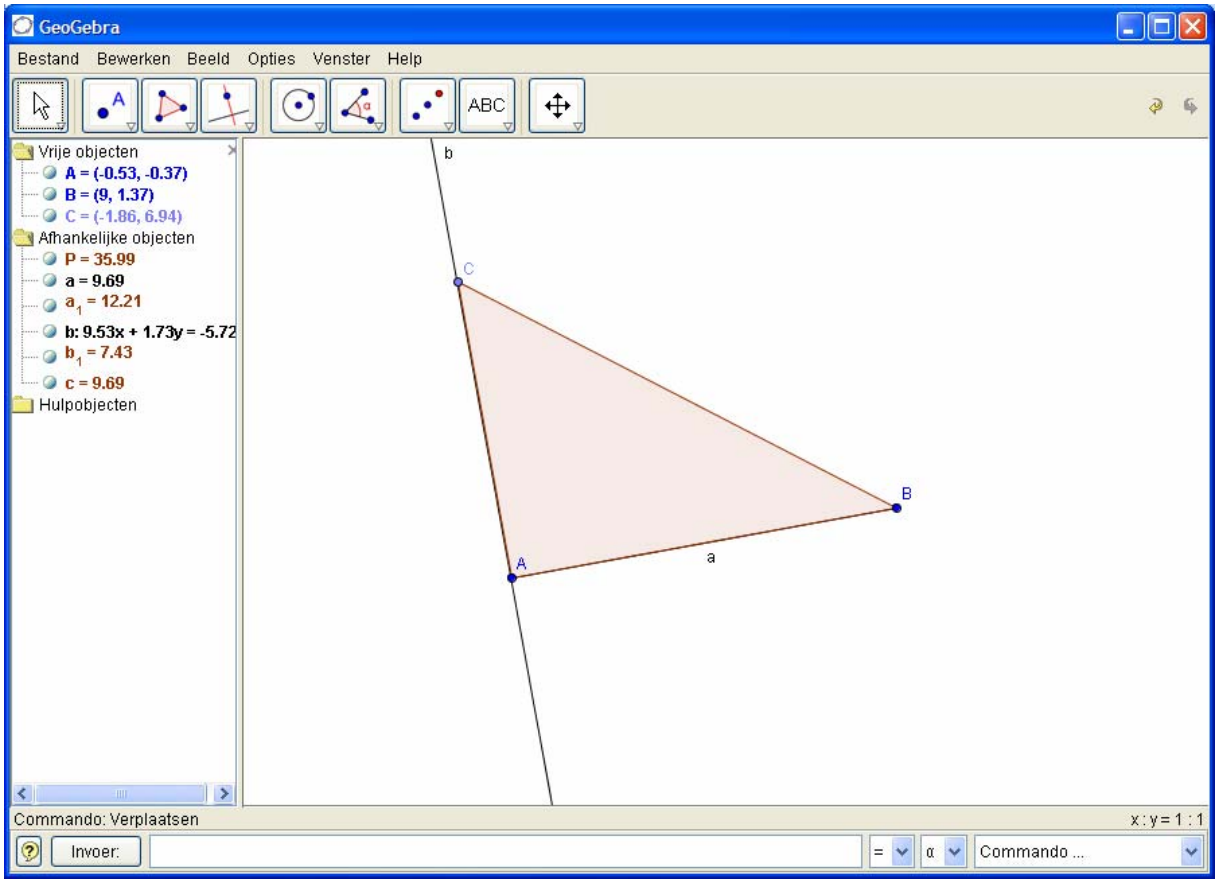


3. Uitgewerkte voorbeelden

3.1. Voorbeeld 1

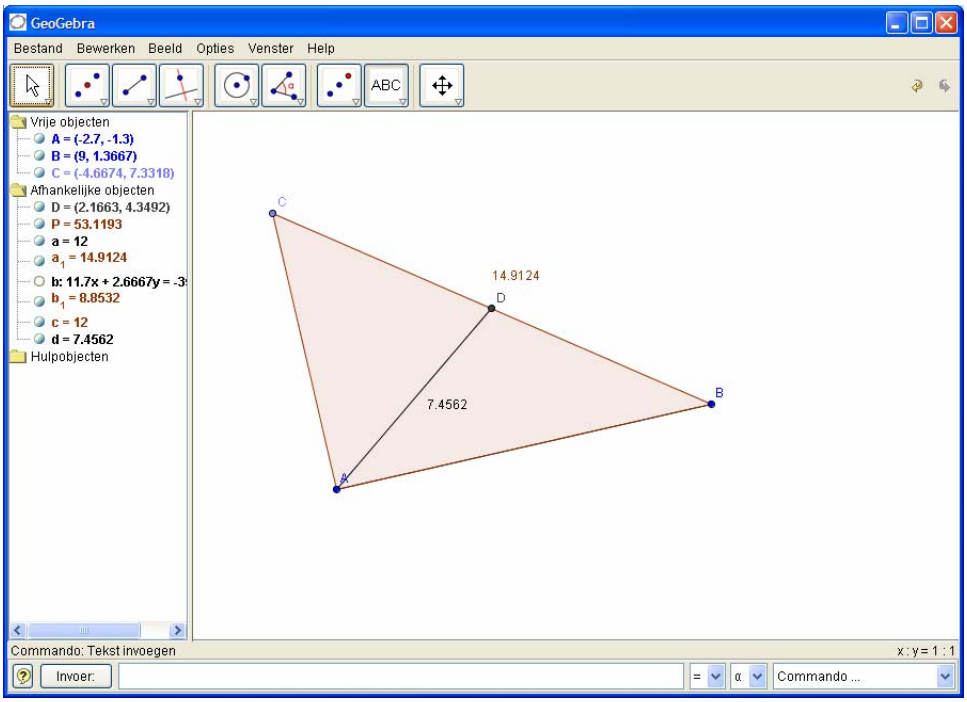
Toon aan dat in een rechthoekige driehoek de zwaartelijn naar de schuine zijde de helft is van de schuine zijde.

Klik op beeld en vink assen uit.
We tekenen nu eerst een rechthoekige driehoek.
Hiervoor tekenen we eerst een lijnstuk [AB] (icoontje **3**).
Teken nu de loodlijn in A op [AB] (icoontje **4**).
Duid nu een punt C aan op deze getekende loodlijn (icoontje **3).**
Teken nu driehoek ABC. (icoontje **3**)



Verberg nu de rechte b (klik met de **rechtermuisknop** op b en vink **toon object** uit.

Duid het midden D van [BC] (icoontje **2**) en teken de zwaartelijn [AD].



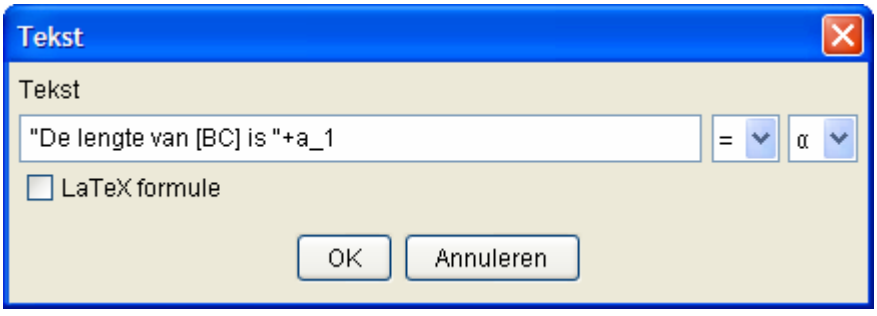
Om de afmetingen bij de lijnstukken te krijgen, klik je met de **rechtermuisknop** op deze lijnstukken en nadien kies je voor eigenschappen.

Hier vink je **toon label** aan en je kiest dan bij dit onderdeel voor **waarde**.

Nadien zet je best het aantal decimalen nog op 4 (klik op **opties** en nadien zet je **decimalen** op 4).

Bemerk dat je nadien A of B of C kunt verslepen en dat alles mee verandert.
Bemerk ook dat C in een ietwat lichtere blauwe kleur is getekend. Dit betekent dat je C wel kunt verslepen maar niet naar eender welke positie in het vlak.
C blijft op de loodlijn in A op [AB] liggen.
Gelukkig maar want zo behouden we onze rechthoekige driehoek.

Je kan ook teksten op het scherm afgedrukt krijgen met de lengtes van de bijhorende lijnstukken.
Kies hiervoor voor tekst invoegen (icoontje **8**) en typ dan het volgende in:



3.2. Voorbeeld 2

Trekt men in een convexe vierhoek de diagonalen, dan zijn de zwaartepunten van de 4 driehoeken die zo ontstaan de hoekpunten van een parallellogram.

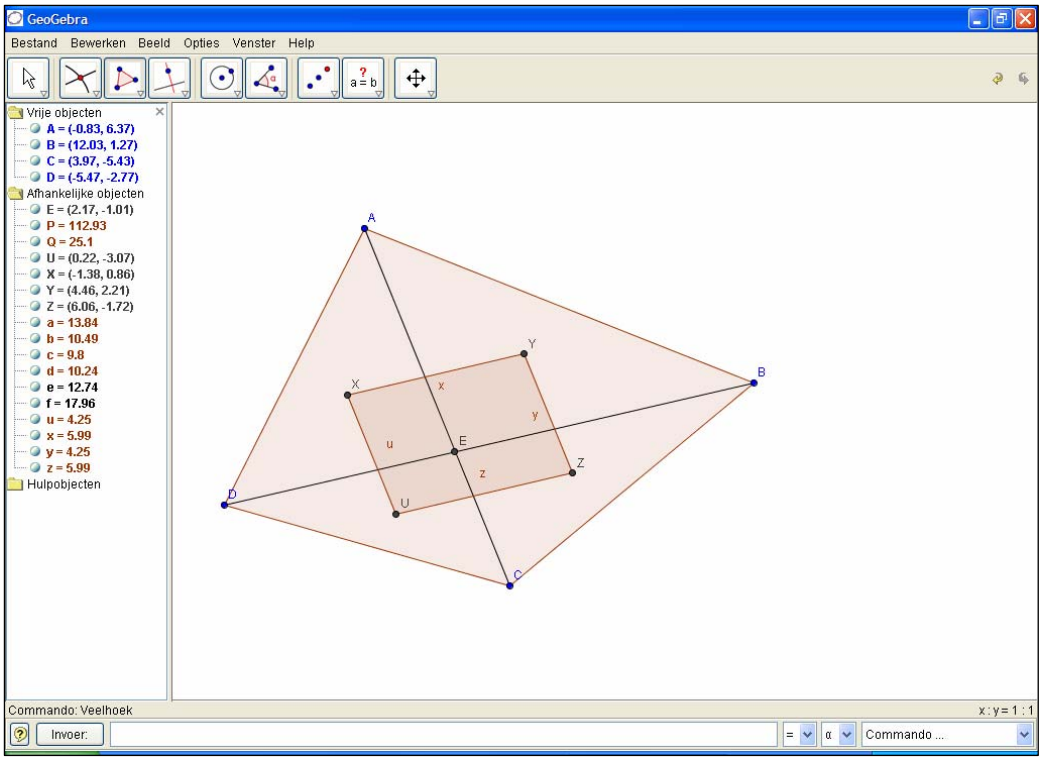
Teken hiervoor een vierhoek ABCD (icoontje **3**).

Klik met de rechtermuisknop op de kleine letters om deze te verbergen (anders wordt de tekening te overladen)

Teken de diagonalen van de vierhoek (icoontje **3**). Duid het snijpunt van de diagonalen aan. (icoontje **2**)

In geogebra is het nu mogelijk om onmiddellijk het zwaartepunt te tekenen van elke driehoek door in het commandovenster in te typen:

X=zwaartepunt[veelhoek[D,A,E]]



3.3. Voorbeeld 3

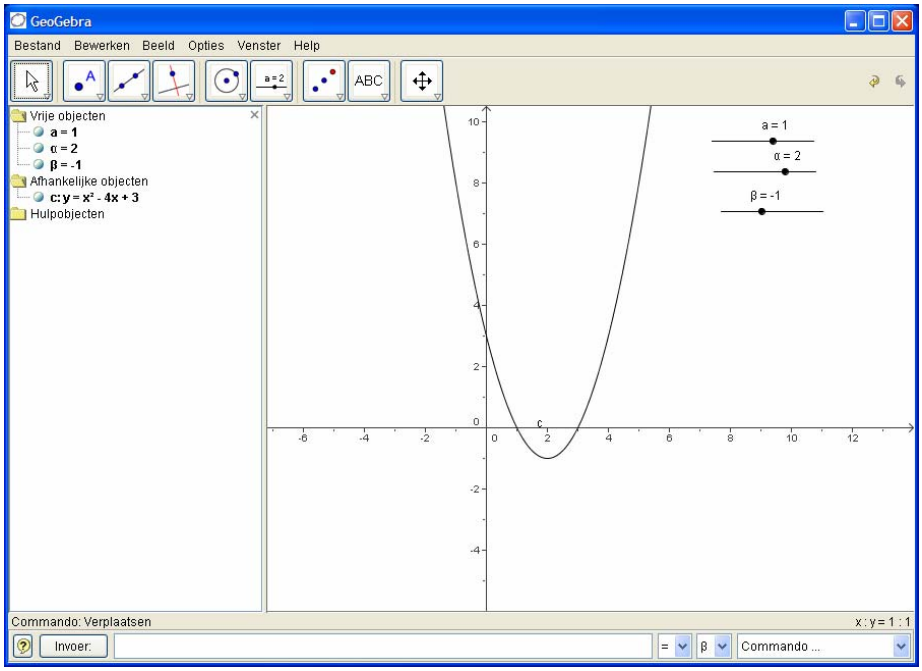
De invloed van de parameters $a, \alpha \text{ en } \beta$ nagaan bij de tweedegraadsvergelijking $y = a(x-\alpha)^2 + \beta$

Klik op icoontje **6** en kies voor schuifknop. Klik ergens op het scherm en er opent zich dan volgend scherm: (zet min op -5 en max op 5 en kies 0.5 voor stapgrootte)

Voer nadien nog 2 schuifknoppen in maar geef hier de namen $\alpha \text{ en } \beta$. (met rechtermuisknop op schuifknop klikken en naam wijzigen). Klik op de selecteerknop en zet de schuifknop van a op 1.

Typ in het commandovenster $y = a*(x-\alpha)\wedge 2+\beta$ in. De Griekse letters vind je rechts van de commandoregel. Denk eraan om ook * in te typen, anders krijg je een foutmelding.

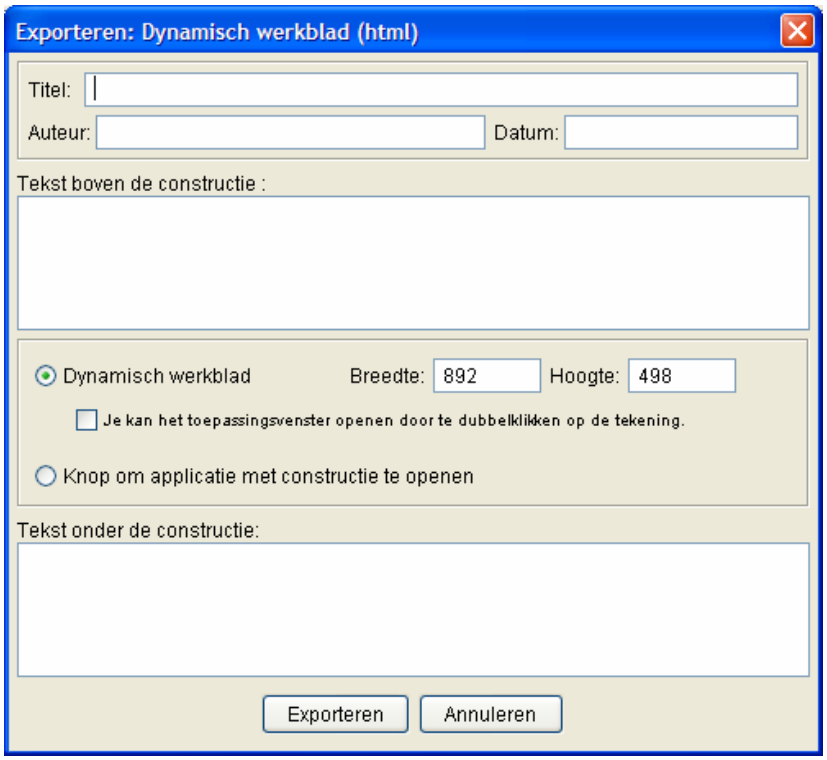
Verander nadien de schuifknoppen en formuleer je bevindingen.



We gaan hiervan nu een applet maken.

Kies voor bestand en nadien voor Exporteren en nadien voor Dynamisch werkblad als webpagina (html).

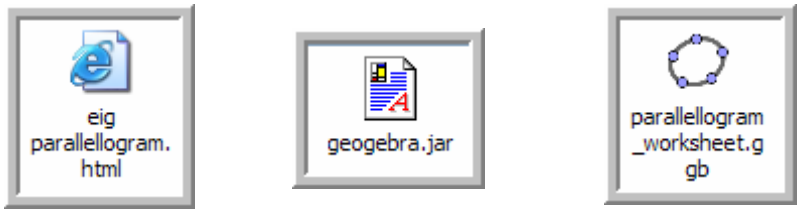
Je krijgt dan volgend scherm:



Vul nu alle nodige gegevens in en klik op exporteren.

Open nadien je html pagina en je hebt een applet.

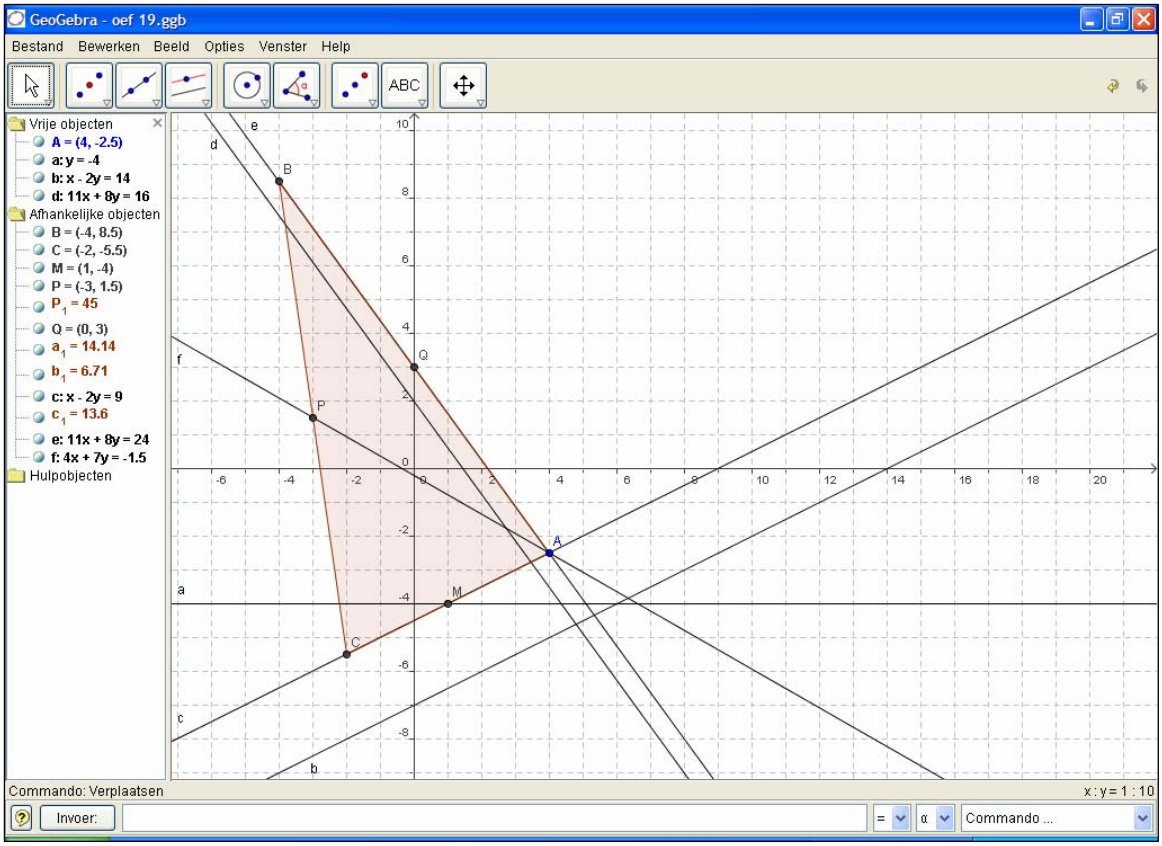
Als je dit applet wilt doorsturen naar een collega of op een teleleerplatform wil plaatsen, moet je steeds 3 zaken doorsturen:



3.4. Voorbeeld 4

Gegeven is de driehoek ABC en de co (A) = (4,-2.5).
M = mi[AC] ligt op a en a heeft als vergelijking y + 4 = 0.
AC // b en b heeft als vergelijking x – 2y = 14.
AB // d en d heeft als vergelijking 11x + 8y = 16.
Q = mi[AB] ligt op de y-as.

Zoek de vergelijking van de zwaartelijn AP als P = mi[BC].



Stappenplan

- Teken het punt A via het commandovenster
- Teken de rechte a met als vergelijking y + 4 = 0
- Teken de rechte b met als vergelijking x – 2y = 14
- Teken door A de evenwijdige c met b
- Bepaal M (gebruik de rechtermuisknop om het snijpunt daadwerkelijk de naam M te geven)
- Bepaal C
- Teken de rechte d met als vergelijking 11x + 8y = 16
- Teken door A de evenwijdige e met d
- Bepaal Q
- Bepaal B
- Teken de driehoek ABC
- Teken de zwaartelijn AP en lees in het algebravenster de vergelijking af

3.5. Voorbeeld 5

Iemand ziet in de verte twee bomen staan. Hij plaatst zich zodanig dat hij even ver van beide bomen verwijderd is en deze onder een hoek van 45° ziet. Gaat hij echter 50 m dichter naar de bomen toe (maar nog steeds even ver van beide bomen verwijderd) dan ziet hij ze onder een hoek van 90°. Bepaal de afstand tussen deze bomen.

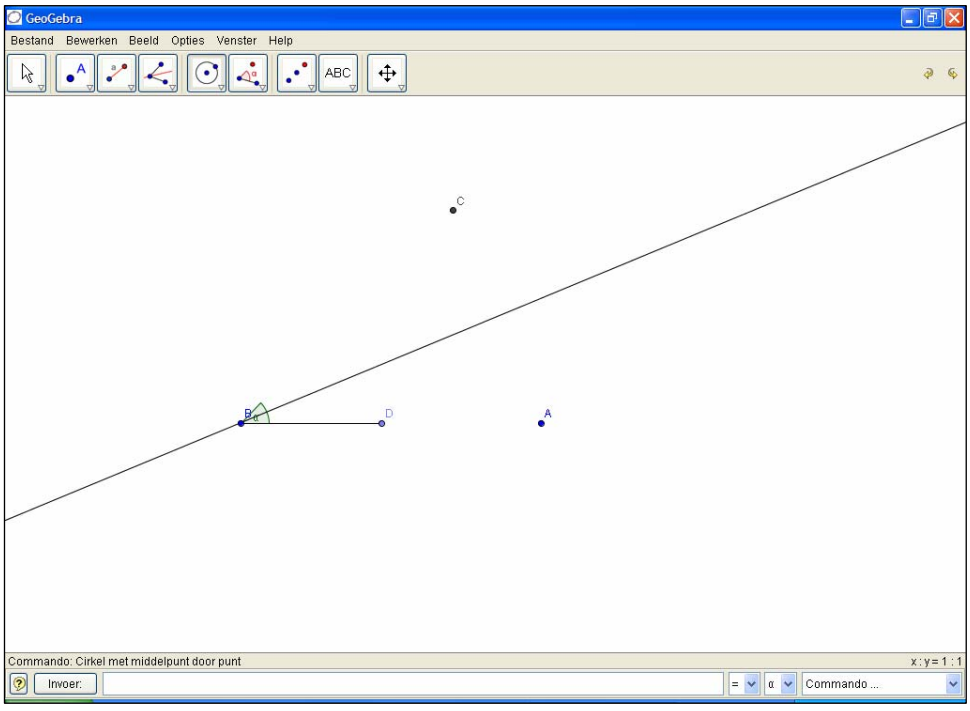
Kies voor icoontje **6** en nadien voor **hoek met gegeven grootte**.

Klik tweemaal in het scherm en dan wordt volgend scherm geopend:

Je mag dan gewoon op OK klikken.

Klik dan op icoontje **4** en nadien voor **bissectrices**. Klik dan op de 3 punten (klik het hoekpunt als tweede punt aan)

Klik dan op icoontje 3 en kies dan voor Lijnstuk met beginpunt en gegeven lengte.
Klik dan nadien op punt B.
Een lijnstuk met lengte 5 wordt getekend.



Teken dan een cirkel met middelpunt B en straal [BD] en duid dan het snijpunt E met de getekende bissectrice van de hoek $\widehat{B}$ aan.

Klik dan op icoontje 7 en kies dan voor Rotatie met centrum over een bepaalde hoek.

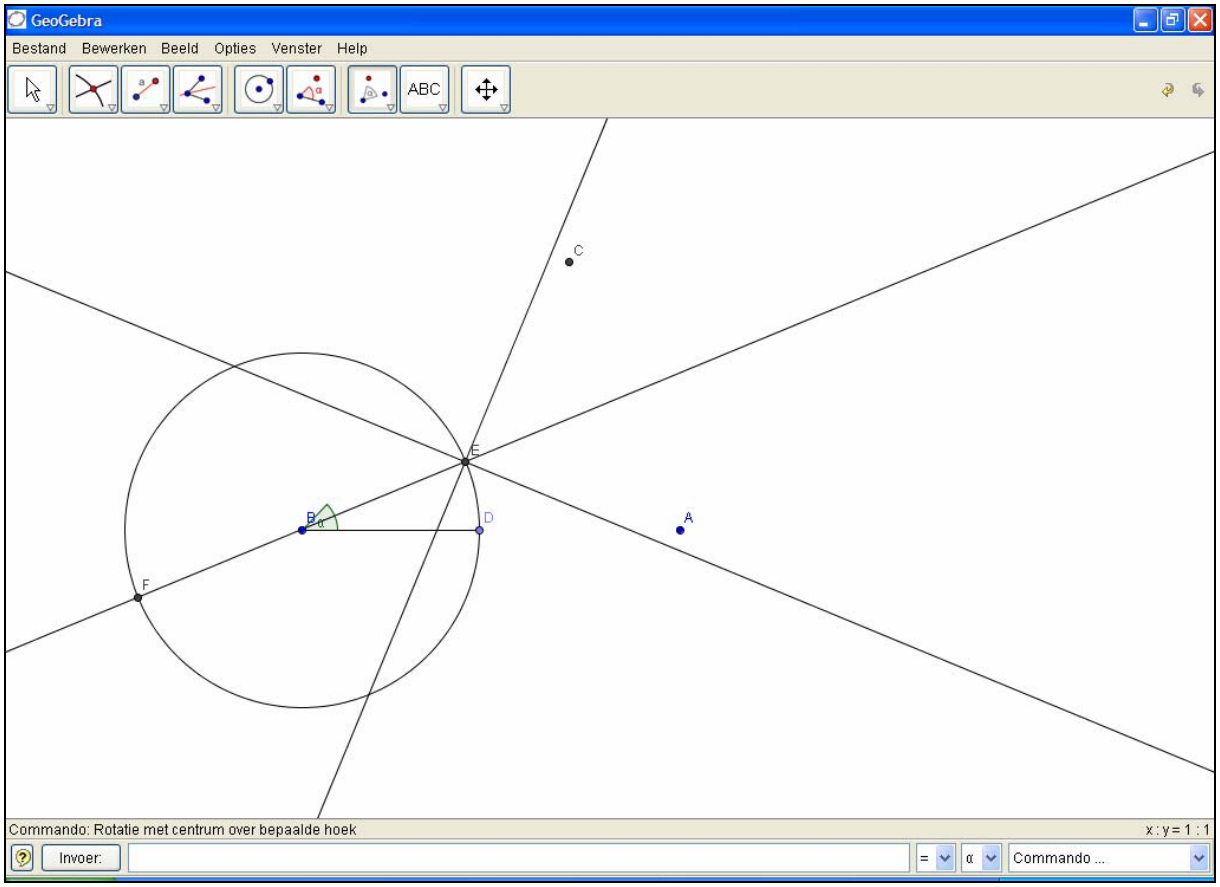
Klik dan eerst op de bissectrice en dan op het centrum van de draaiing, E.

Draai dan de bissectrice over 45° in tegenwijzerzin.

Klik nadien opnieuw op de bissectrice en dan opnieuw op E.

Draai dan de bissectrice over 45° in wijzerzin.

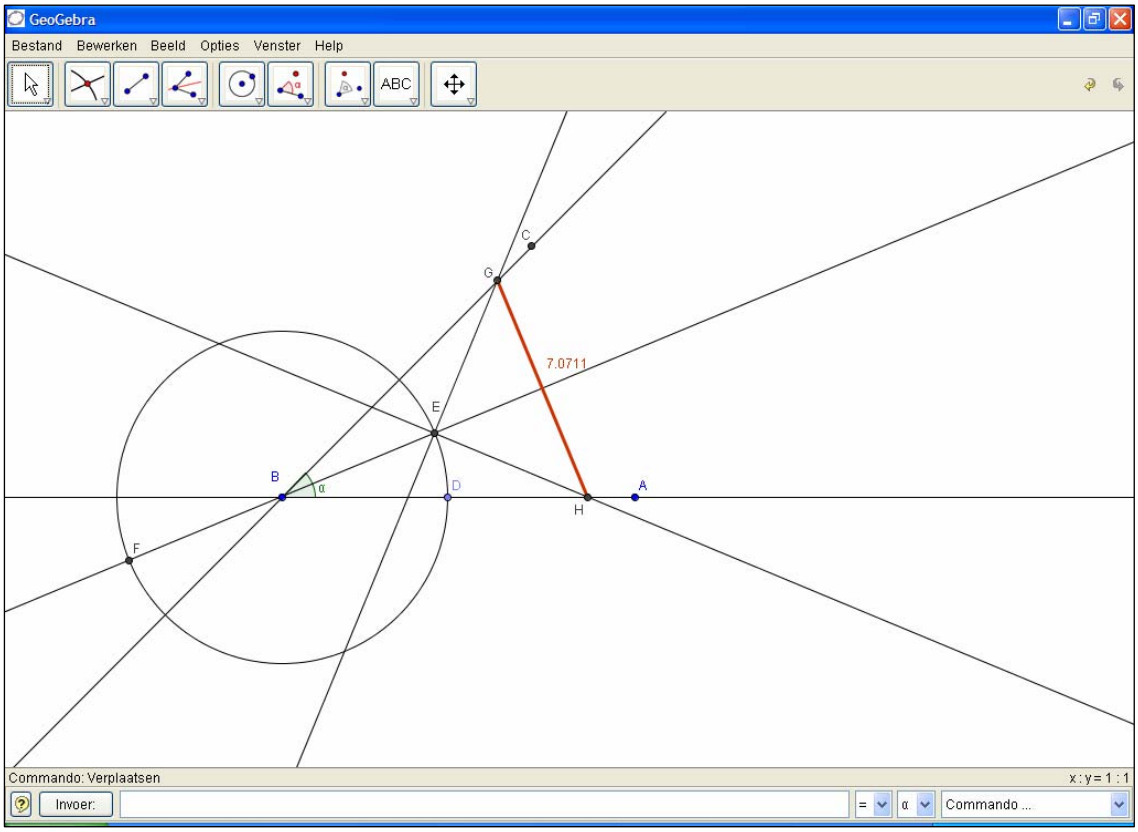
Je krijgt dan volgend scherm:



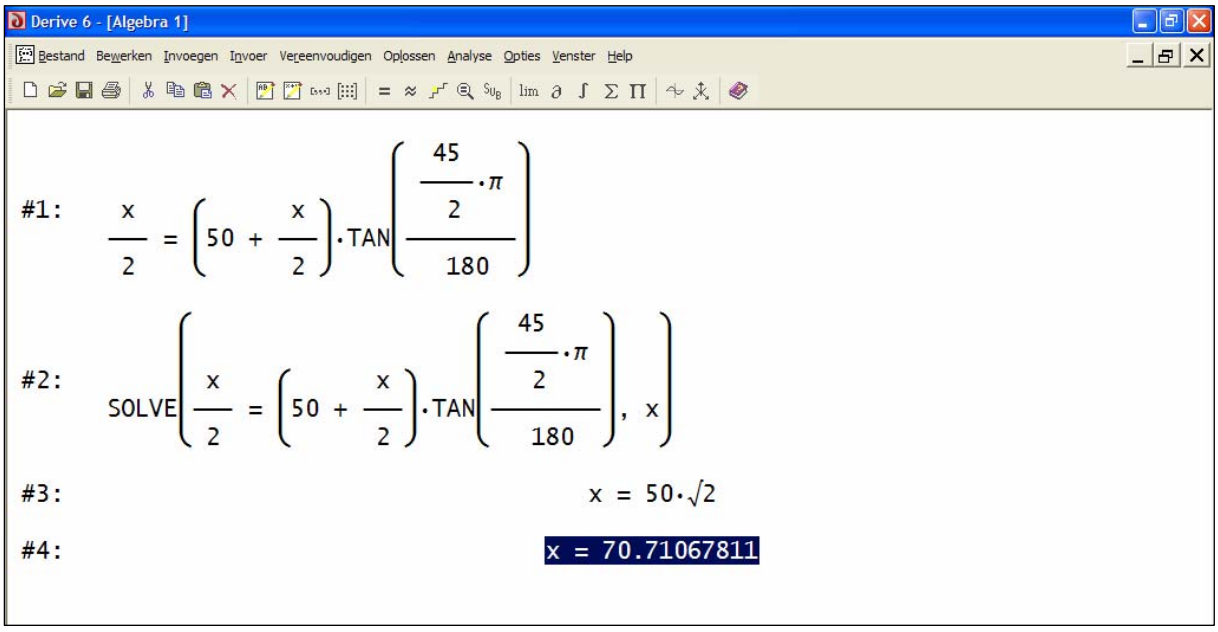
Teken dan de rechten AB en BC en benoem de snijpunten met de rechten die bekomen werden als beeld van de bissectrice van $\widehat{B}$ onder de draaiingen met centrum E over 45° in tegenwijzerzin en in wijzerzin.

Teken het lijnstuk [GH] en meet de lengte.
Klik op opties en zet het aantal decimalen op 4.

De bomen staan 70,71 m van elkaar.



Controle met Derive:



3.6. Voorbeeld 6

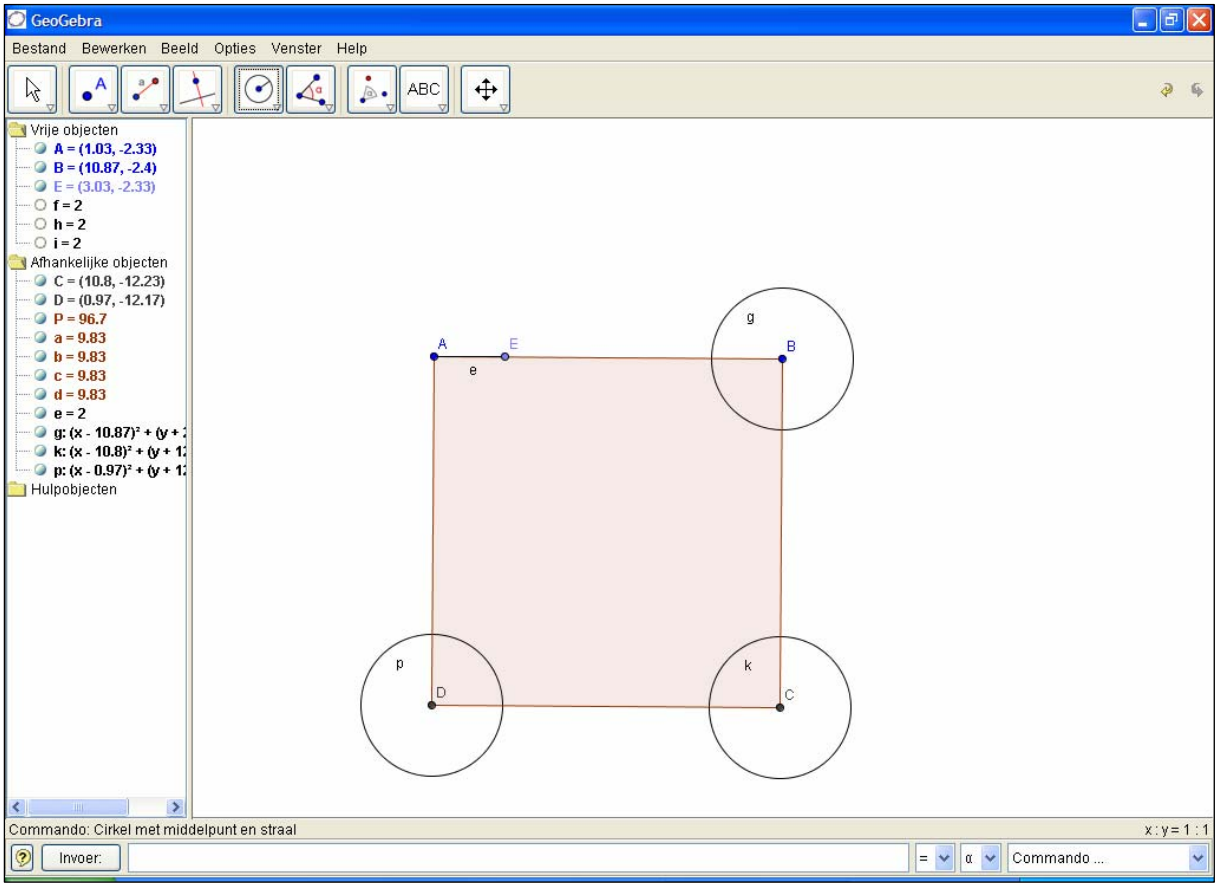
We maken een applet dat de stelling van Pythagoras illustreert.

Stappenplan:

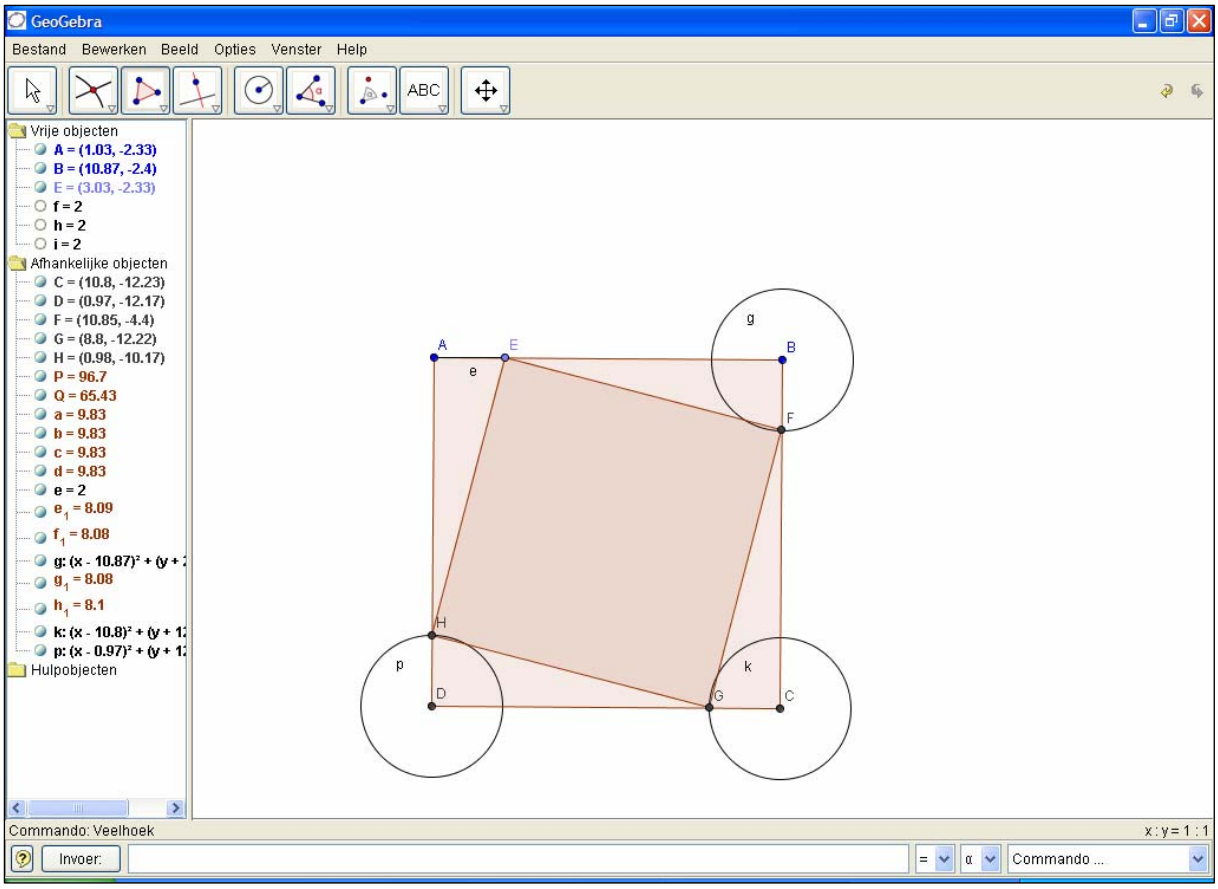
- Teken 2 punten A en B
- Geef via het commandovenster het volgende in:

  C = rotatie [A,90°,B]
  D = rotatie [B,90°,C]

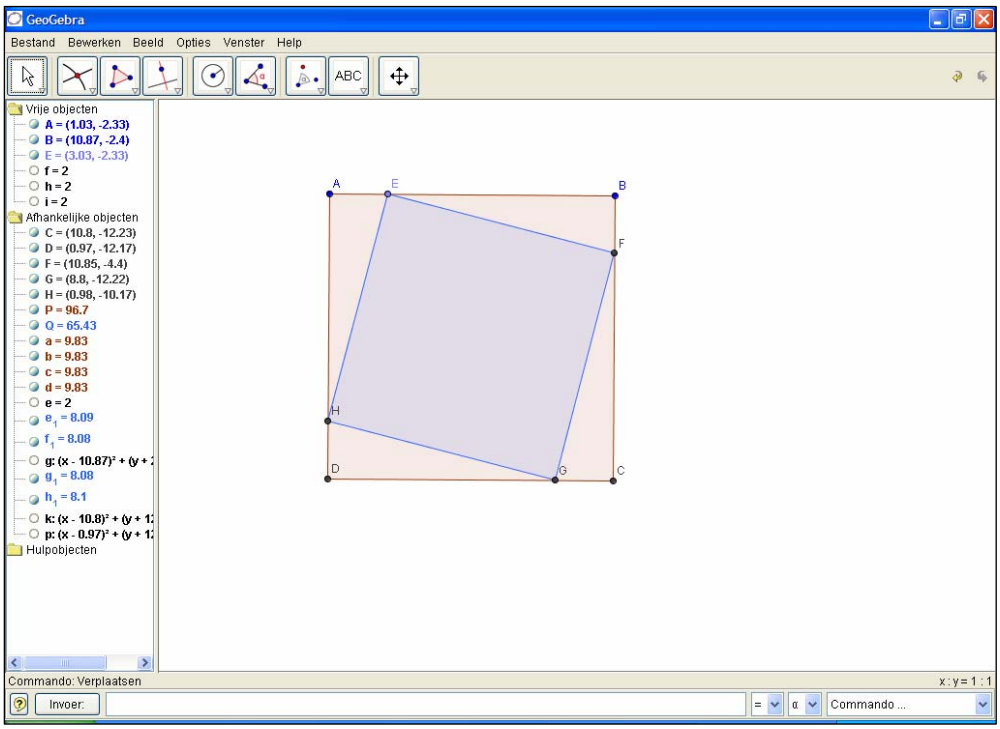
- Teken het vierkant ABCD (verberg de kleine letters)
- Teken een lijnstuk met beginpunt en gegeven lengte (icoontje **3**). Klik op A en neem 2 als lengte
- Teken 3 cirkels met gegeven middelpunt (B,C en D) en straal. Kies als straal telkens 2



- Teken het vierkant EFGH



- Verberg alle cirkels alsook het lijnstuk e



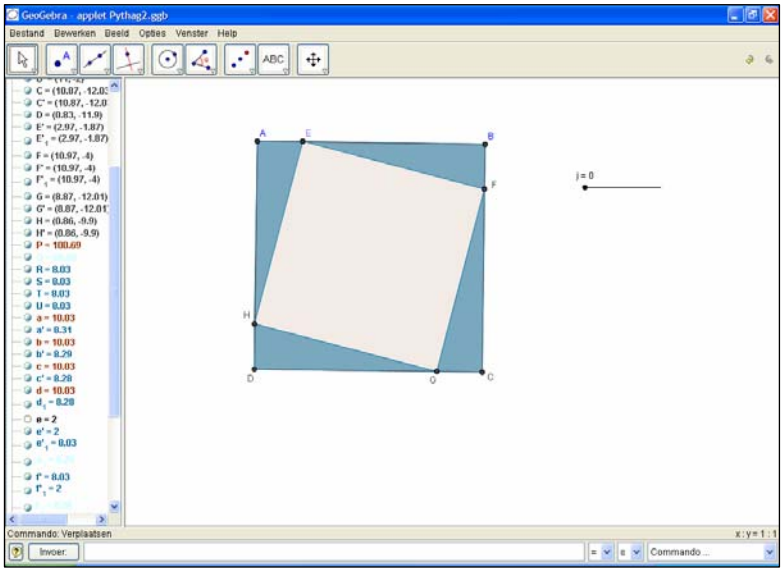
- Teken een schuifknop j geassocieerd aan een getal dat varieert van 0 tot 1 met stappen van 0.1

- Typ via het commandovenster het volgende in:

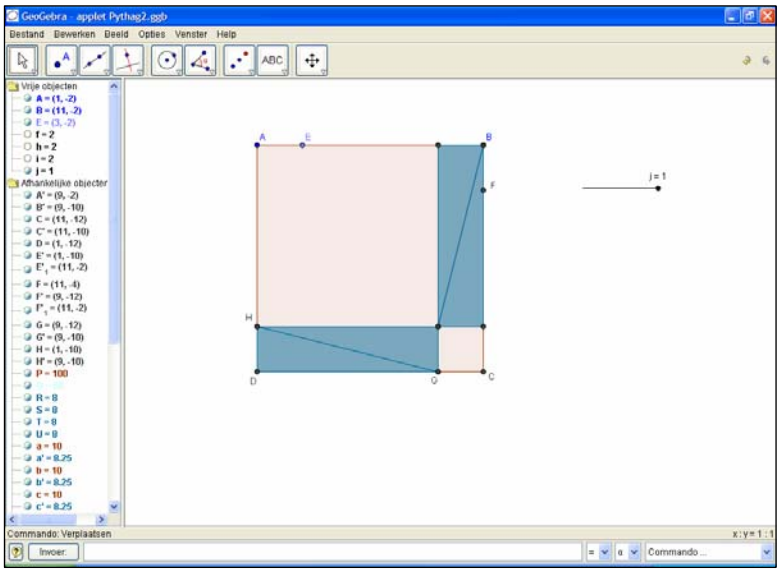
  Verschuiving [veelhoek[E,B,F],vector [E,H]*j]
  Verschuiving [veelhoek[F,C,G],vector [F,B]*j]
  Verschuiving [veelhoek[A,E,H],vector [E,B]*j]

  Verberg alle kleine letters

- Verander de kleur van het vierkant EFGH in een heel lichte kleur met een zeer geringe vulling



c^2



$a^2 + b^2$

En dus $a^2 + b^2 = c^2$…

3.7. Opdrachten

Opgave 1

Bepaal de vergelijking van de cirkel die door A(1,1) gaat en raakt aan de rechte $2x + y - 12 = 0$ in het punt B(4,4).

Opgave 2

Toon aan dat het lijnstuk dat de middens van 2 overstaande zijden van een willekeurige vierhoek verbindt en het lijnstuk dat de middens van de diagonalen verbindt, hetzelfde midden hebben.

Opmerking: deze opdracht kan uitgevoerd worden door enkel gebruik te maken van het commandovenster!

Opgave 3

Gegeven is de driehoek ABC en co(A) = (2,3).
AC // a en de vergelijking van a is $5x - 2y = 0$ en C ligt op de y-as.
De zwaartelijn BQ loopt evenwijdig met de x-as.
AB // b en de vergelijking van b is $5x - 12y - 5 = 0$.
Zoek de vergelijking van BC.

Opgave 4

Een speerwerper werpt zijn speer volgens een parabolische baan die bepaald wordt door de functie:

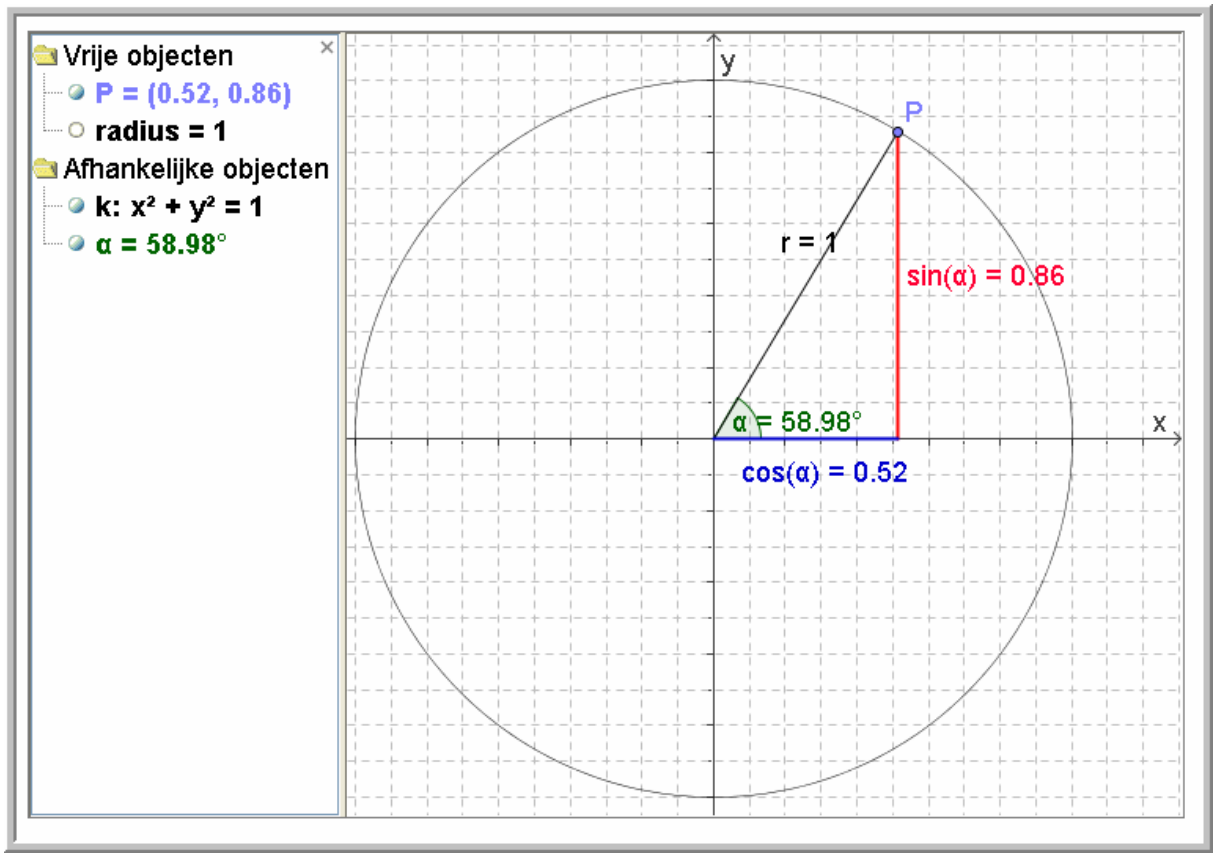
$$h(x) = 3x - 0.05x^2$$

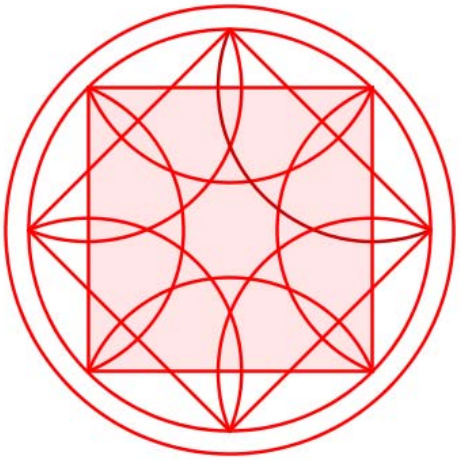
- h = hoogte van de speer, in meter
- x = afstand van de speer, in meter

a) Hoe ver werpt de speerwerper de speer?
b) Hoe ver is de speer als hij zijn hoogste punt bereikt?
c) Over welke afstand vliegt de speer op een hoogte hoger dan 40 meter?

Opgave 5

Maak een demoprogramma om de sinus en de cosinus te tonen op de goniometrische cirkel.





MWSnap

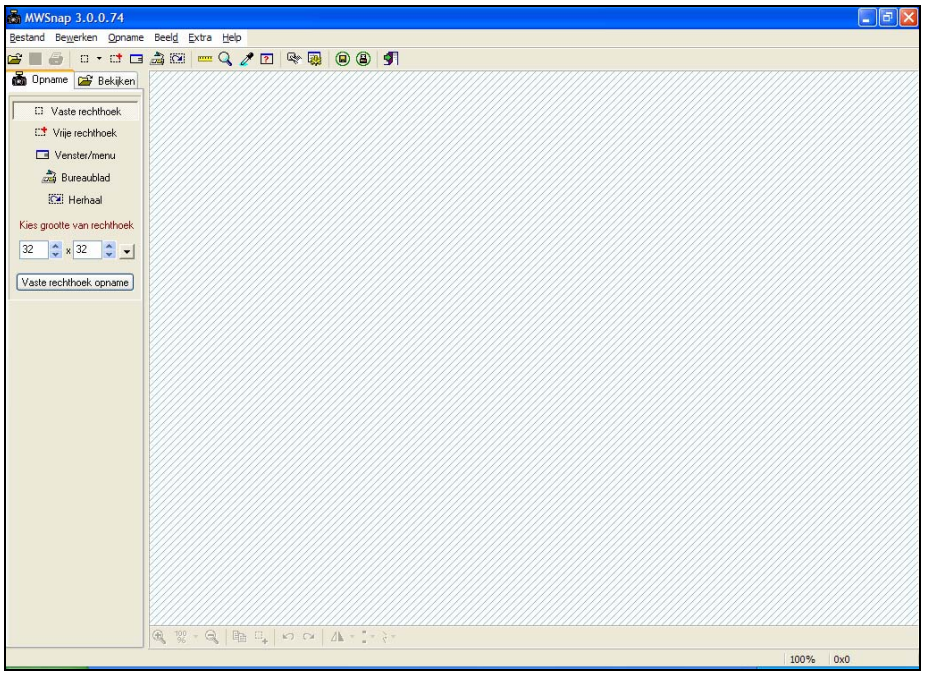
Typ in Google MWsnap in en download het pakket.
Je kan als taal het Nederlands instellen.

Om te werken met MWSnap volg je best het volgende **stappenplan:**

1. **Start MWSnap op**
2. **Minimaliseer MWSnap**
3. **Breng op je bureaublad datgene waarvan je een opname wil maken**
4. **Klik onderaan op het icoontje**
5. **Maak een opname (gebruik best een vrije rechthoek)**
6. **Klik op bewerken en nadien op kopiëren**
7. **Plak het beeld in je werkdocument**

Opmerking:

Je kan het bestand ook opslaan als een .jpg bestand of .gif bestand en nadien invoegen.



Je kan ook kiezen voor Venster / menu en dit is nuttig als je bepaalde menu's wil kopiëren, bijvoorbeeld het volgende menu uit Cabri: (sneltoets: ctrl + shift + A).

<u>Voorbeeld:</u>

Je zou graag een afbeelding hebben van een pantoffeldiertje.

Typ in Google “pantoffeldiertje” in en gebruik nadien vrije rechthoek opname om een gebied af te bakenen.

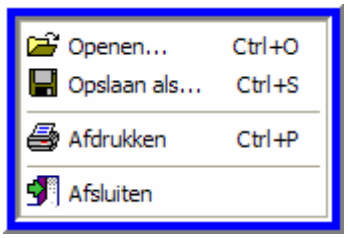
Zoals je ziet hebben we een mooie kader rond het pantoffeldiertje aangebracht.

Stel: je zou graag een afbeelding van een leeuwenkop inbrengen in een werkblad.

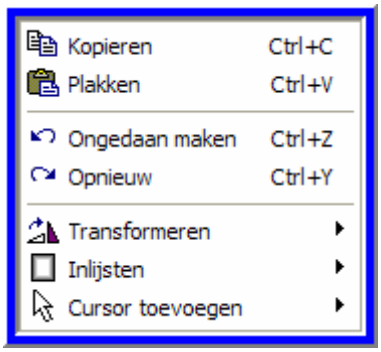
Typ via Google “leeuwen” in. Gebruik vrije rechthoekopname.

Volgende menu’s zijn mogelijk:

Bestand

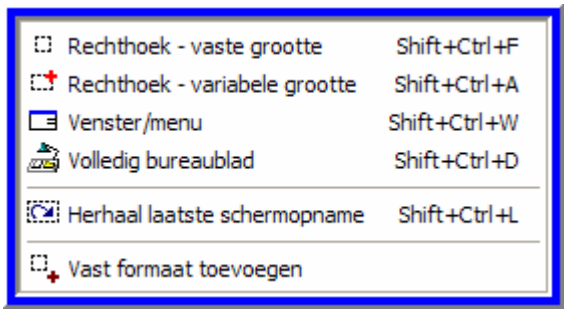


Bewerken

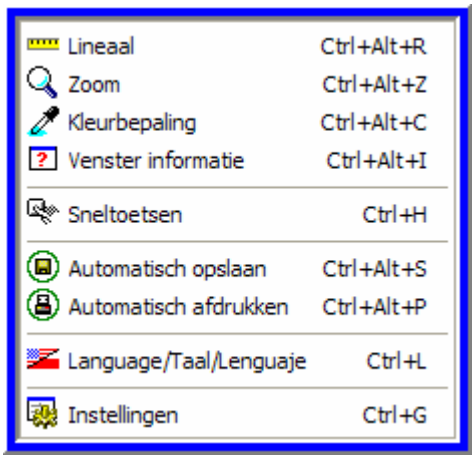


Opname

Beeld



Extra

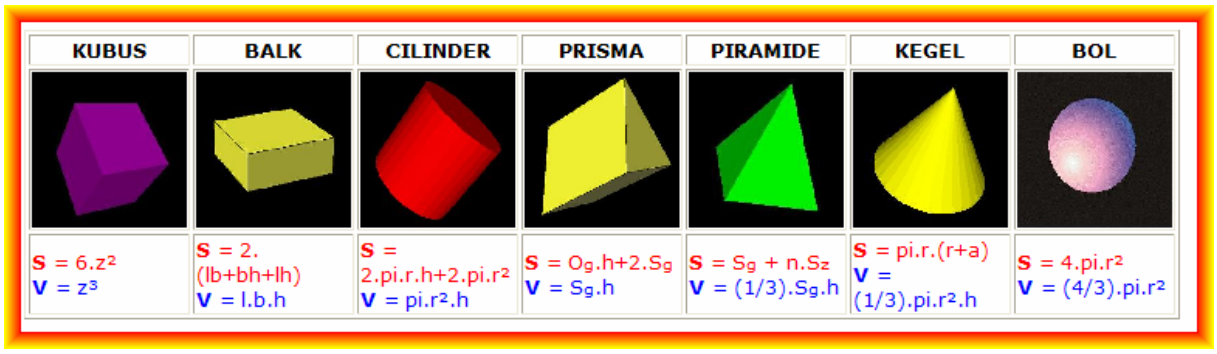


Help

Surf naar www.wisnet.be

Kies voor tweede jaar en voor ruimtemeetkunde.

Maak de volgende opname:



Je wil het logo van de VWO ergens invoegen: (typ in Google “VWO” in)