

Als toerist stuit je soms op verrassende wiskundige attracties. In onze nieuwe serie 'Op reis' nemen we je steeds mee naar een plaats waar wiskundig iets te beleven valt. In de eerste aflevering gaan we naar het dwergstaatje Vaticaanstad, waarvan het grondgebied geheel wordt omsloten door de stad Rome.

■ door Alex van den Brandhof

DE ELLIPS VAN BERNINI?

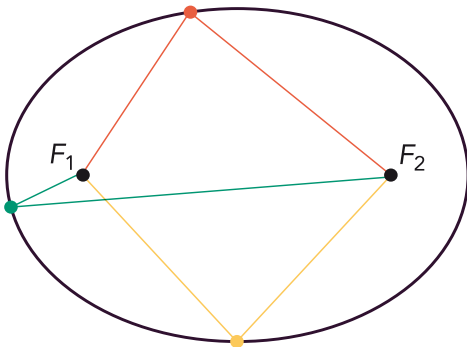
De Italiaan Gian Lorenzo Bernini (1598-1680) was een gevierd beeldhouwer en architect. In opdracht van Paus Alexander VII ontwierp hij het reusachtige Piazza San Pietro, het plein voor de Sint-Pieterskerk. Dit plein wordt aan twee kanten begrensd door een colonnade, elk bestaande uit vier rijen zuilen.

Het plein bevat twee gemarkeerde punten: ronde stenen met de tekst *centro del colonnato*; vanaf zo'n steen zie je niet vier rijen zuilen, maar slechts één, de voorste. Bernini plaatste de drie andere zuilenrijen zo, dat steeds vier zuilen in een rechte lijn vanaf het gemarkeerde punt staan.



ELLIPS In vrijwel elke toeristengids over Rome wordt geschreven dat Bernini een ellips koos als grondvorm van het Sint-Pietersplein. En: de twee op het plein gemarkeerde punten zijn precies de brandpunten van de ellips. Iedereen schrijft van elkaar over dat Bernini met de ellips en haar brandpunten de vorm van het plein en de plaatsing van de zuilen zo goed heeft doordacht. Doordacht is het zeker, maar is er überhaupt sprake van een ellips?

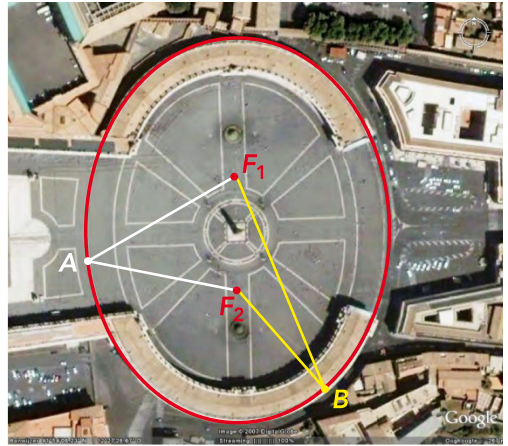
Een ellips is een tweedimensionale figuur die bestaat uit de verzameling van alle punten waarvoor geldt dat de som van de afstanden tot twee gekozen punten, de *brandpunten* (F_1 en F_2 in figuur 1), een vaste waarde heeft. In figuur 1 is de som van de twee rode lijnstukken dus gelijk aan de som van de twee gele lijnstukken, en ook gelijk aan de som van de twee groene lijnstukken. Welk punt op de ellips je ook kiest, de som van de afstanden tot F_1 en F_2 is altijd hetzelfde.



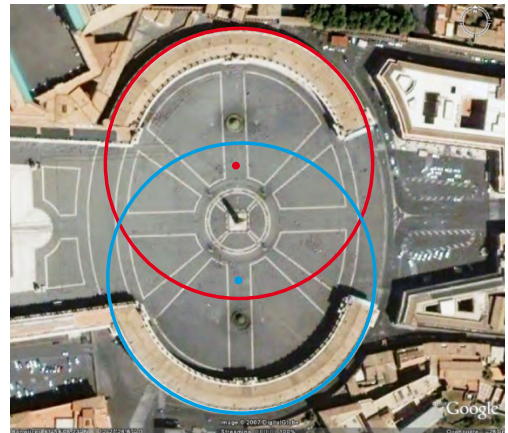
Figuur 1 Een ellips met brandpunten F_1 en F_2

Hoe zit het nu met de vorm van het Sint-Pietersplein? In figuur 2 zie je een Google-Earth-plaatje van het plein. De twee door Bernini gemarkeerde punten zijn F_1 en F_2 . Verder zijn er twee punten A en B op de omtrek van het plein getekend. Meet maar na: $|AF_1| + |AF_2| \neq |BF_1| + |BF_2|$. Het Sint-Pietersplein heeft dus níét de vorm van een ellips!

CIRKELS Hoe zit het dan wel? Bernini gebruikte geen ellips, maar cirkels! De zuilenrijen staan exact in delen van cirkels, zie figuur 3. De punten op het plein die hij met een marmeren steen markeerde, zijn precies de middelpunten van die cirkels; je ziet zo'n steen in figuur 4. Als je eens naar Rome gaat, ga er dan beslist even op staan en geniet van het effect dat Bernini vanaf dat punt creëert. ■



Figuur 2 Het grondplan van het Sint-Pietersplein is géén ellips: $|AF_1| + |AF_2| \neq |BF_1| + |BF_2|$



Figuur 3 Bernini plaatste de zuilenrijen op cirkels



Figuur 4 De middelpunten van de cirkels waarin de zuilenrijen staan, zijn gemarkeerd met deze steen. Als je daarop staat, zie je alleen de voorste zuilenrij. Bernini plaatste de drie andere zuilenrijen zo, dat steeds vier zuilen in een rechte lijn vanaf het middelpunt van de cirkel staan.