

PARADOXEN 11

Dr. Luc Gheysens

LOGISCH?

In de literatuur en het dagelijkse leven duiken heel wat paradoxen op die te maken hebben met logica. De meest beroemde is ongetwijfeld de paradox van de leugenaar of paradox van Epimenides, een Kretenzische filosoof uit de 6^{de} eeuw v. Chr.

Hij beweerde: “Alle Kretenzers zijn leugenaars”, waarmee hij bedoelde dat een Kretenzer altijd liegt. De vraag is nu of Epimenides die zelf een Kretenzer was, de waarheid sprak?

Als hij de waarheid spreekt, dan is hij zelf een leugenaar omdat hij een Kretenzer is. Maar als hij liegt, dan is zijn uitspraak ook een leugen en zou hij dus zelf geen leugenaar zijn.

Heel wat logische raadseltjes blijven wiskundigen intrigeren. Denk maar aan de intrigerende vraag: “Wat was er het eerst: de kip of het ei?”

Paradox van de barbier

In een dorp staat op het uithangbord van een barbier te lezen: “Ik scheer alle mannen van het dorp die zichzelf niet scheren.” Een klant vraagt hem terloops of hij zichzelf scheert.

De barbier staat voor een dilemma. Als hij zichzelf scheert, dan is dit in tegenspraak met het feit dat hij enkel de mannen van het dorp scheert die zichzelf niet scheren. Dus zal hij zichzelf blijkbaar niet scheren. Maar aangezien hij alle mannen van het dorp scheert die zichzelf niet scheren, is hij één van die mannen. Daarom zal hij zichzelf dan weer wel scheren...

Paradox van de Almachtige

Bestaat God?

Als Hij bestaat, dan is Hij almachtig. Maar dan is Hij in staat een steen te maken die Hij zelf niet kan opheffen. In dat geval bestaat er dan een steen die Hij niet kan opheffen en dus is Hij niet almachtig.

God bestaat daarom niet...

Paradox van de onverwachte overhoring

Een leraar zegt in de klas: “Volgende week zal er een onverwachte overhoring zijn.”

Een leerling riposteert dat dit niet kan en maakt de volgende redenering. De onverwachte overhoring kan niet op vrijdag, want als er donderdagavond nog geen overhoring is geweest, weten alle leerlingen dat ze op vrijdag zal plaatsvinden en dan is die overhoring niet onverwacht. Vrijdag mag dus al worden uitgesloten. De overhoring kan evenmin op donderdag vallen. Want als die woensdagavond nog niet heeft plaatsgevonden, weet iedereen

dat ze op donderdag komt en dan is ze niet onverwacht. Om een gelijkaardige reden kan ze ook niet op woensdag of op dinsdag. Er blijft bijgevolg maar één mogelijkheid over: de onverwachte overhoring moet op maandag komen. En dat is dan niet onverwacht...

De paradox van Grelling

De Duitse wiskundige Kurt Grelling bedacht in 1908 de volgende taalkundige paradox. Alle bijvoeglijke naamwoorden in een bepaalde taal kun je indelen in twee klassen: bijvoeglijke naamwoorden die op zichzelf betrekking hebben en adjectieven die niet op zichzelf betrekking hebben. De eerste soort noemde hij autologisch en de tweede soort heterologisch.

Enkele voorbeelden:

autologisch	heterologisch
kort	lang
Nederlands	Duits
meerlettergrepig	eenlettergrepig
bijvoeglijk	zelfstandig
gedrukt	groen

‘Kort’ is autologisch omdat het woord zelf kort is. ‘Nederlands’ is autologisch omdat het een Nederlands woord is. Zowel ‘kort’ als ‘Nederlands’ hebben dus betrekking op zichzelf. ‘Duits’ daarentegen is geen Duits woord en ‘lang’ is zelf niet lang. ‘Lang’ is dus heterologisch omdat ‘lang’ zelf niet lang is.

De vraag is nu of ‘heterologisch’ zelf heterologisch is. Als dat zo is, dan heeft het op zichzelf betrekking en is het bijgevolg autologisch. Als ‘heterologisch’ echter autologisch is, dan heeft het geen betrekking op zichzelf (want ‘heterologisch’ is dan blijkbaar niet heterologisch). Maar begrippen die geen betrekking hebben, noemen we precies heterologisch. Dus zou ‘heterologisch’ dan toch heterologisch zijn...

Paradox van Berry

G. G. Berry, een bibliothecaris uit Oxford, ging in 1906 op zoek naar het volgende getal:

“Het kleinste positief geheel getal dat niet
kan gedefinieerd worden (1)
met minder dan zestien woorden.”

Bij de positieve gehele getallen die een welbepaalde eigenschap hebben, is er altijd een kleinste getal met die eigenschap. Er moet dus ook een kleinste geheel getal bestaan dat niet kan gedefinieerd worden met minder dan zestien woorden. We noemen dit getal N. Maar in de definitie (1) staan er slechts 15 woorden...

Paradox van Russell

Bertrand Russell (1872-1970), Engelse filosoof, logicus en wiskundige ontdekte een paradox in de verzamelingenleer.

Stel dat V de verzameling is van alle verzamelingen die zichzelf niet als element bevatten:

$$V = \{ X \mid X \notin X \}$$

We geven eerst een voorbeeld ter illustratie dat er dergelijke verzamelingen bestaan. We noemen R de verzameling van alle menselijke rassen:

$$R = \{ \text{zwarten, blanken, roodhuiden, Chinezen ...} \}.$$

De elementen van R zijn rassen en bijgevolg is R niet één van deze elementen : $R \notin R$.

De vraag is nu of V een element is van V .

Als $V \in V$, dan voldoet V niet aan de voorwaarde $X \notin X$ en bijgevolg is V geen element van V . Maar als $V \notin V$, voldoet V precies wel aan de voorwaarde $X \notin X$ en bijgevolg is V dan wel een element van V ...

Wellicht kwam Russell op dit idee door na te denken over het volgende probleem, dat ook wel de Russellparadox wordt genoemd.

In een hoekje van zijn bibliotheek vindt een bibliothecaris een grote stapel catalogi. Enkele catalogi vermelden zichzelf, andere doen dat niet. Gemakshalve maakt hij twee nieuwe catalogi: een eerste catalogus A die alle catalogi vermeldt die zichzelf vermelden, en een tweede catalogus B die alleen de catalogi vermeldt die zichzelf niet vermelden. Plichtsgetrouw zorgt hij ervoor dat ook catalogus A zichzelf vermeldt.

Moet catalogus B zichzelf nu opnemen of niet? Als hij zichzelf vermeldt, mag hij per definitie niet opgenomen worden. Als hij zichzelf niet vermeldt, moet hij per definitie opgenomen worden. (Bron: wikipedia – de catalogusparadox).

Paradox van de gehangene

Om een stad binnen te komen, moet je de stadspoort passeren. De wachters vragen elke voorbijganger waarom hij naar de stad komt. Als hij de waarheid spreekt, mag hij probleemloos de stad binnen. Liegt hij, dan zal hij worden opgehangen.

Een zwerver meldt zich aan. Als de wachters vragen naar het doel van zijn komst, antwoordt hij: "Ik kom om opgehangen te worden." Wat zullen de wachters met hem aanvangen?

Als ze hem vrij de stad binnenlaten en niet ophangen, heeft hij in feite gelogen. En wie liegt, moet opgehangen worden. Maar als ze hem ophangen, heeft hij de waarheid gesproken en dan mocht hij niet worden opgehangen ...

Sorites-paradox

Een sorites-paradox of een ‘beetje-per-beetje argument’ is de naam voor een redenering waarbij men stap per stap een grens verlegt tot men een paradoxale toestand bereikt. De naam sorites verwijst naar het Griekse ‘soros’ wat ‘hoop, grote menigte’ betekent.

Voorbeeld.

1000 graantjes vormen een hoopje. Neem je één graantje weg, dan heb je nog altijd een hoopje. Neem van de 999 graantjes er weer ééntje weg, blijft nog altijd een hoopje graantjes. Als je zo verder gaat, hou je uiteindelijk nog een hoopje van één graantje over ...

Voorbeeld.

Een persoon van 1,90 meter is groot. Wie 1 cm kleiner is, noemen we even groot. Een persoon die nog één cm kleiner is, meet 1,88 meter en is even groot als de persoon van 1,89 meter. Ga zo verder tot je op een persoon van 1,50 meter uitkomt. Die zou dan even groot zijn als een persoon van 1,90 meter ...

De paradox van Demokritos

Demokritos van Abdera (ca 460-380 v.C.), Griekse geleerde en filosoof, is de bedenker van de atoomtheorie (atomos is het Griekse woord voor ‘ondeelbaar’). Vanuit zijn theorie over atomen kwam hij tot de volgende redenering:

“Stel dat een kegel in tweeën wordt gesneden door een vlak parallel aan de basis. Zo verkrijg je een kleinere kegel en een afgeknotte kegel, die samen de oorspronkelijke kegel vormen. Bekijk nu de cirkelvormige doorsneden van de kleine kegel en van de afgeknotte kegel. Is hun oppervlakte gelijk of niet?

Als ze verschillend zijn en omdat de plaats van de snede willekeurig is, zou dat betekenen dat het oppervlak van de kegel niet erg glad kan zijn. Is het dan wel een kegel? Anderzijds, als je zegt dat de twee cirkels een gelijke oppervlakte hebben, zouden dan niet van laag maar hoog alle dergelijke cirkelvormige doorsneden van de kegel een gelijke oppervlakte hebben en hebben we dan niet veeleer te maken met een cilinder?

Paradox van Löb

Martin Löb (1921-2006) was professor in wiskundige logica aan de universiteit van Amsterdam. Hij formuleerde de volgende paradox: “beweringen die hun eigen bewijsbaarheid aantonen, zijn waar”

Als uitspraak A kiezen we bijvoorbeeld: “De maan is gemaakt van groene kaas” en als uitspraak B: “Als uitspraak B waar is, dan is uitspraak A waar.”.

Veronderstel dat B waar is. Welnu, omdat B waar is ook A waar. Dus als B waar is, dan is A waar. En dat is nu precies de uitspraak B. Dus B is waar. Dan is ook A waar. De maan is dus gemaakt van groene kaas.

Paradox van de onvervulde wens

Op hun huwelijksdag belooft een vrouw aan haar veel oudere man: “Al je wensen zal ik vervullen.” Zij slaagt in haar opzet tot aan het sterfbed van haar man. Alvorens hij de geest geeft, spreekt hij nog een laatste wens uit: “Ik wil dat één van mijn wensen niet in vervulling gaat.”

Kan de vrouw die laatste wens vervullen?

Enkele doordenkertjes

- Op een blad papier staat aan de ene zijde de zin geschreven “Wat op de andere kant van dit blad staat, is waar”. Op de keerzijde staat de zin “Wat aan de andere kant van dit blad staat, is een leugen”. Welke uitspraak is waar?
- Gelezen op een badge: “BADGES MOEST MEN VERBIEDEN!”
- Socrates zegt: “Wat Plato zegt, is waar.”
Plato zegt: “Wat Socrates zegt, is niet waar.”
Wie heeft gelijk?

•

$$2 + 2 = 5$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$13 - 6 = 7$$

$$8 : 4 = 2$$

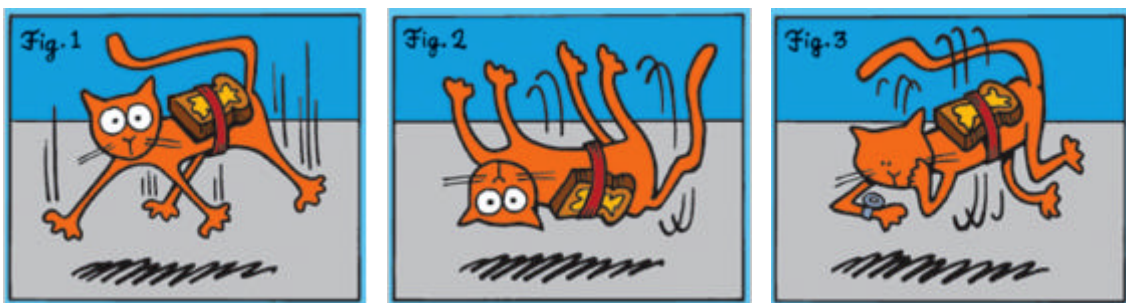
In deze rechthoek staan drie foutieve uitspraken

Is de onderste uitspraak in deze rechthoek waar?

- IN DEZE SIN STAAN ER DRIE FAUTEN.
Is dit waar?
- Je stopt je rechterhand in de rots van de waarheid. Je moet één zin uitspreken. Als die zin waar is, kan je je hand er uittrekken. Lieg je, dan blijf je gekluisterd aan de rots. Je zegt: “Ik zal mijn hand niet uit de rots kunnen terugtrekken.” Kan je je hand nu terugtrekken of zit die vast?
- Gelezen in een nascholingsbericht:
De cursus “Hoe omgaan met teleurstellingen” kan helaas niet doorgaan.
- Aankondiging in een Japans dagblad tijdens de tweede wereldoorlog:
Zelfmoordpiloten gevraagd, liefst met ervaring.
- Is kinderloosheid erfelijk?
- Als je schoonouders geen kinderen hebben, is de kans reëel dat jij niet getrouwd raakt.

- Waarom heeft een mens nooit wat hij wil hebben? Als hij zou willen wat hij had, dan zou hij hebben wat hij wil. Maar aangezien hij nooit wil wat hij heeft, heeft hij niet wat hij wil.
- “Dokter, ik heb hallucinaties.”
“Dat beeld je je maar in.”
- Gelezen in het uitstalraam van een opticien:
Als u hier niet ziet wat u zoekt, bent u aan het juiste adres.
- Een succesvolle toneelschrijver gaf een tip aan een beginnende collega: “Wil je het in Parijs maken, dan moet je uitgenodigd worden. En om uitgenodigd te worden, moet je eerst zelf uitnodigen. Maar om uit te nodigen, moet je het eerst gemaakt hebben.”
- “Ik heb de indruk dat niemand het met mij eens is.”
“Dat is niet waar!”
- “Jij zoekt overal iets achter.”
“Waarom zeg je dat?”
- Mijn minderwaardigheidscomplex is niet zo groot als dat van mijn buurman.
- God heeft mij uitverkoren om atheïst te worden.
- Overmorgen is morgen gisteren.
- Doe nooit iets voor de eerste keer.
- Niets is zeker en zelfs dat niet.
- Wat is het verschil tussen een nietjesmachine en een naaimachine?
Een nietjesmachine niet en een naaimachine niet.
- “Geloof je in gedachtelezen?”
“Ik dacht al dat je me die vraag zou stellen!”
- Om toegang te krijgen tot dit gebouw heb je een speciaal pasje nodig. Je kunt het binnen krijgen.
- Op deze zeldzame Romeinse munt staat het jaar van uitgifte: 60 voor Christus.
- Wie kreeg als eerste een ziekte die enkel via besmetting kan overgedragen worden?
- Ik ben heel zeker van mezelf; dat denk ik tenminste.
- Syllogisme.
Zeldzame dingen zijn duur.
Een renpaard dat €100 euro kost is zeldzaam.
Een renpaard van €100 euro is duur.

- Syllogisme
Niets is beter dan eeuwig geluk.
Een hamburger eten bij McDonald's is beter dan niets.
Een hamburger eten bij McDonald's is beter dan eeuwig geluk.
- Syllogisme
Ik kan in mijn jas.
Mijn jas kan in mijn valies.
Ik kan in mijn valies.
- Hoe meer men eraan trekt, hoe korter het wordt: een sigaret.
- Het wordt wit als het vuil is en is zwart als het schoon is: een schoolbord.
- "Ik heb de indruk dat niemand naar me luistert."
"Sorry, wat zei u?"
- Dokter: "Ik heb u een tijdje niet meer gezien."
Patiënt: "Ik ben ziek geweest."
- Wees spontaan.
- Lees niet wat er hier staat.
- Als er op iedere regel een uitzondering is, dan moet er ook een uitzondering zijn op de regel dat op elke regel een uitzondering is.
- We leven in een wereld van doen alsof en doen alsof het niet zo is.
- De 'geboterde' kat
Het is algemeen bekend dat een kat altijd op haar poten neerkomt. Anderzijds zegt de wet van Murphy dat een geboterde boterham altijd met de beboterde kant op de grond neerkomt. Wat zou er nu gebeuren als je een geboterde boterham (met de beboterde kant naar boven gekeerd) vastbindt op de rug van een kat en de kat laat vallen?



en.wikipedia.org/wiki/Buttered_cat_paradox

- De ezel van Buridan
Johannes Buridan was een Frans priester en filosoof uit de 13^{de} eeuw, die blijkbaar het verhaal verzong van een ezel die zich precies tussen twee bergen hooi bevond. Omdat hij niet kon kiezen van welke berg hij zou eten, stierf hij van de honger...
- Wie beneden in het ziekenhuis staat te wachten op een lift, stelt vast dat de lift altijd op weg is naar een bovenverdieping en wie op de bovenste verdieping staat, stelt vast dat de lift altijd op weg is naar het gelijkvloers...
- De vergrijzing zorgt voor meer kaalhoofdigen.
- Als toeval niet bestaat, waarom is er dan een woord voor?
- “Op alle regels bestaan er uitzonderingen”.
Dus moet er ook op de bovenstaande regel een uitzondering bestaan. Het feit dat hierop een uitzondering bestaat, betekent dat er een regel bestaat waarop er geen uitzondering is.



Een schilderij René Magritte
(een afbeelding van een pijp is zelf geen pijp)

De eigenaardige geschiedenis van de man die zijn eigen grootvader werd
--

Een Zweed, Peterson genaamd, werd voor het gerecht gedaagd voor een erfeniszaak en legde volgende verklaring af:

- “Ik heb een weduwe gehuwd met een wat oudere dochter. Mijn vader, die toen vaak bij ons op bezoek kwam, werd verliefd op die dochter en trouwde met haar. Zo werd mijn vader mijn schoonzoon en mijn dochter werd mijn stiefmoeder. Enige tijd later schonk mijn vrouw mij een zoon, die tegelijkertijd de kleinzoon werd van mijn vader en mijn oom (als broer van de vrouw van mijn vader). De vrouw van mijn vader kreeg enige tijd later een zoon, die tegelijk mijn broer is (als zoon van mijn vader) en mijn kleinzoon (als kind van de dochter van mijn vrouw).”
- “Dus”, zei de rechter, “ben jij de broer van uw kleinzoon?”
- “Juist, mijnheer de rechter”, zie Peterson, “en zo ben ik mijn eigen grootvader!”



Liegt Pinocchio of niet?