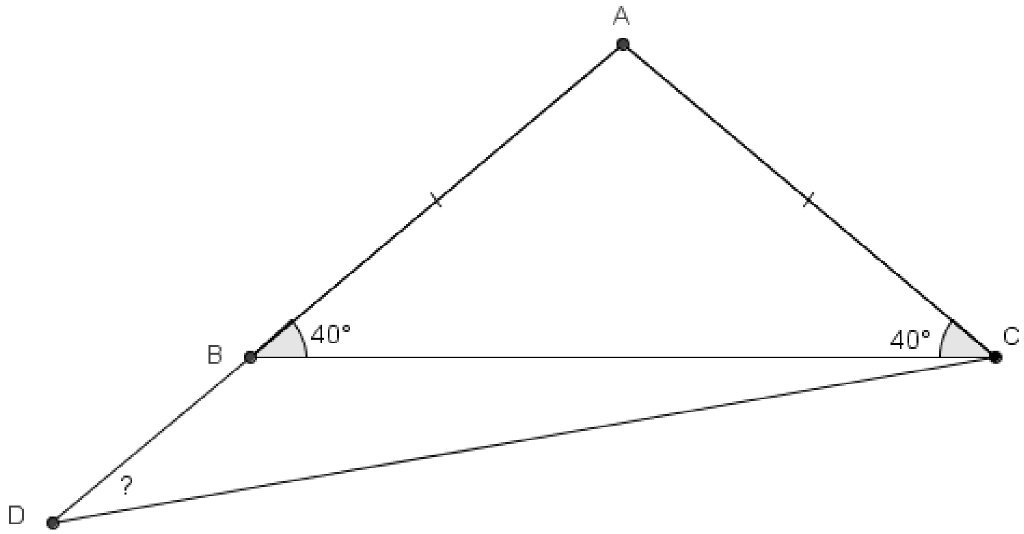
OPGAVE

In een gelijkbenige driehoek ABC is $\hat{B} = \hat{C} = 40°$.
Het punt D ligt op het verlengde van [AB] en |AD| = |BC| (zie figuur).

Toon aan dat $\widehat{\mathrm{D}} = 30°$.



OPLOSSING

Stel |AB| = |AC| = z en $\widehat{\mathrm{D}} = \mathrm{x}$. Dan is $|\mathrm{AD}| = |\mathrm{BC}| = 2\mathrm{z}\cos 40°$.
In Δ ACD is $\widehat{\mathrm{A}} = 100°$ en bijgevolg is $\widehat{\mathrm{C}} = 80° - \mathrm{x}$.
Pas de sinusregel toe in Δ ACD :

$$\frac{z}{\sin x} = \frac{2zcos\ 40°}{\sin\,(80° - x)}\,.$$

Door toepassing van de verschilformule voor sin(80°− x) volgt hieruit dat

$$\sin x(2\cos 40° + \cos 80°) = \cos x \sin 80°,$$

zodat

$$\tan x = \frac{\sin 80°}{2\cos 40° + \cos 80°} = \frac{\cos 10°}{\cos 40° + (\cos 40° + \cos 80°)}$$

$$= \frac{\cos 10°}{\cos 40° + 2\cos 60° \cos 20°} = \frac{\cos 10°}{\cos 40° + \cos 20°}$$

$$= \frac{\cos 10°}{2\cos 30° \cos 10°} = \frac{1}{2\cos 30°} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

en bijgevolg is $\widehat{\mathrm{D}} = 30°$.