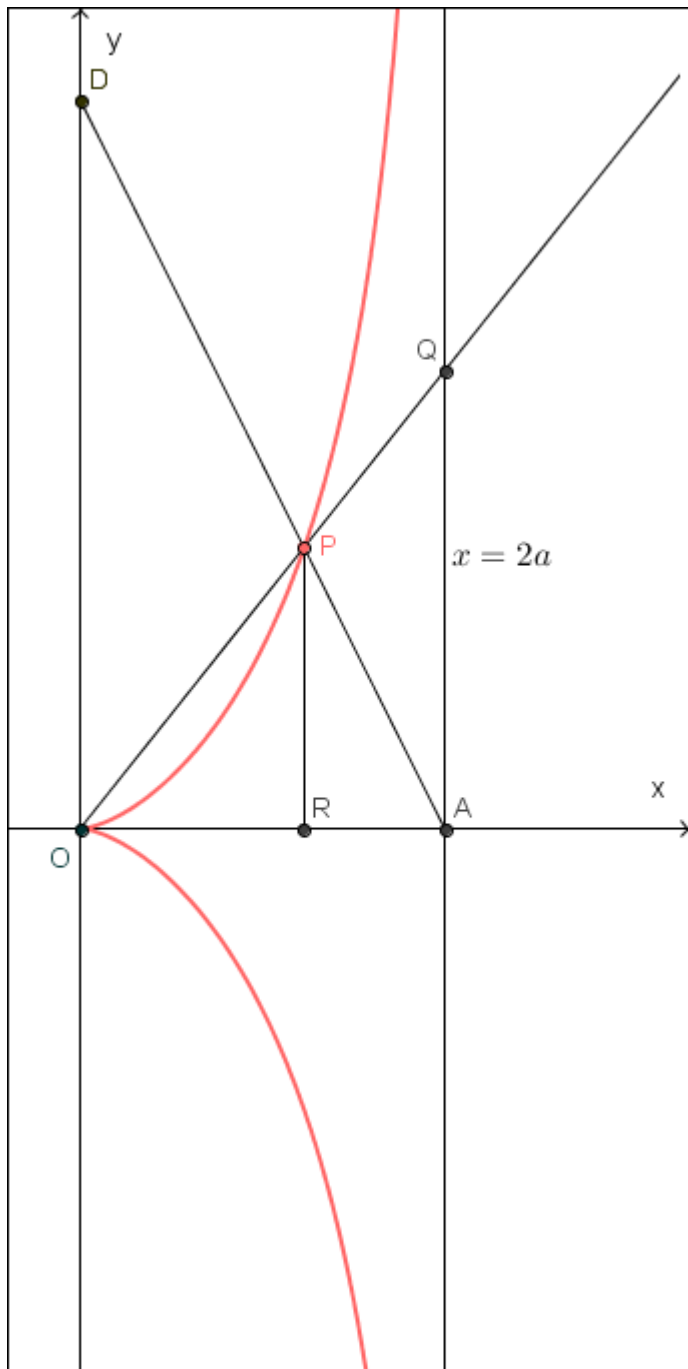




Cissoïde van Diocles en verdubbeling van de kubus

Op de nevenstaande figuur is (in het rood) de cissoïde van Diocles getekend met vergelijking

$$y^2 = \frac{x^3}{2a - x}.$$

Dan is $A(2a, 0)$ en D is een punt op de y -as waarbij $|OD| = 2 |OA|$.

De rechte AD snijdt de cissoïde in het punt P en OP snijdt de verticale rechte door A in het punt Q .

Bewering: $|AQ| = \sqrt[3]{2} |OA|$. (*)

Op die manier slaagde Diocles er bijgevolg in voor een kubus met ribbe $a = |OA|$ (en volume a^3) een lijnstuk $|AQ|$ te construeren dat precies de ribbe is van een kubus met volume $2a^3$.

Verklaring.

Met $P(x_P, y_P)$ geldt dat

$$\begin{aligned} \frac{|AQ|^3}{|OA|^3} &= \frac{y_P^3}{x_P^3} = \frac{y_P \cdot y_P^2}{x_P^3} = \frac{y_P \cdot x_P^3}{x_P^3(2a - x_P)} = \frac{y_P}{2a - x_P} \\ &= \frac{|RP|}{|RA|} = \frac{|OD|}{|OA|} = 2. \end{aligned}$$

Dit bewijst meteen de betrekking (*).