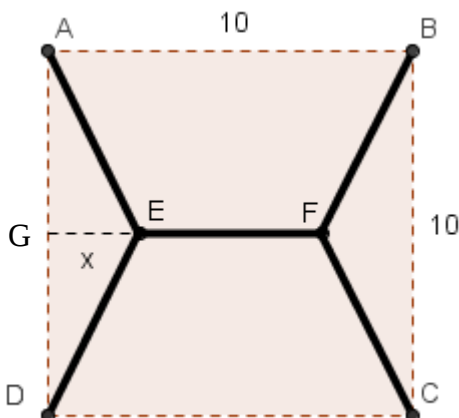


EEN NETWERK MET DE KORTSTE LENGTE

De punten A, B, C en D zijn de hoekpunten van een vierkant met zijden van 10 cm. Men wil deze vier punten via een netwerk met elkaar verbinden. Hiervoor kiest men de punten E en F op een evenwijdige met de zijden AB en CD door het middelpunt van het vierkant (zie onderstaande figuur). De afstand van E tot AD is gelijk aan de afstand van F tot BC. We noemen die afstand x .



- a. Toon aan dat de totale lengte van het getekende netwerk gelijk is aan

$$L(x) = 10 - 2x + 4\sqrt{x^2 + 25}.$$

- b. Leid hieruit af dat de totale lengte van het netwerk minimaal is als $\widehat{AED} = 120^\circ$.

Oplossing.

- a. $|EF| = 10 - 2x$ en $|AE| = \sqrt{x^2 + 25}$ (wegens de stelling van Pythagoras).
 b. Bereken de eerste afgeleide van $L(x)$:

$$L'(x) = -2 + 4 \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 25}}.$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x = \sqrt{x^2 + 25}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 = 25.$$

Hieruit volgt dat $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$.

Dan is in driehoek AEG $\tan \widehat{AEG} = \frac{5}{x} = \sqrt{3}$, d.w.z. $\widehat{AEG} = 60^\circ$ en dus $\widehat{AED} = 120^\circ$.