$$\frac{l}{b} = \frac{h}{l} = \frac{b+l}{h} = \psi$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} h = \dfrac{l^2}{b} & (1) \\ l(b+l) = h^2 & (2) \\ l = b\psi & (3) \end{cases}$$

$$Uit\ (1)\ en\ (2)\ volgt\ dat\ \ l(b+l) = \frac{l^4}{b^2}\ \ en\ dus\ \ b+l = \frac{l^3}{b^2}\ \ (4)$$

$$Uit\ (3)\ en\ (4)\ \ volgt\ dan\ dat\ \ b + b\psi = \frac{b^3\psi^3}{b^2}$$

$$en\ bijgevolg\ is\ \ 1 + \psi = \psi^3.$$

Deze vergelijking heeft als reële oplossing:

het plastisch getal $\psi = 1{,}3247\ldots$

Correcte (reële) oplossing van de vergelijking $\boldsymbol{x^3 - x - 1 = 0}$ (methode van Cardano).

Stel – 1 = uv en x = u – v. (*)
Dan is $(u-v)^3 + 3uv(u-v) - 1 = 0$.
Na uitwerking en vereenvoudiging wordt dit: $u^3 - v^3 - 1 = 0$. (**)

Substitueer hierin v door -1/u , dan bekom je de vergelijking $27u^6 - 27u^3 + 1 = 0$. Stel dan $y = u^3$ en los de bekomen vierkantsvergelijking op.
Substitueer daarna in (**) v door -1/u. Je bekomt nu de vergelijking $27v^6 + 27v^3 + 1 = 0$. Stel nu $z = v^3$ en los weer de bekomen vierkantsvergelijking op.

Als $f(x) = x^3 - x - 1$, dan blijkt dat $f(1) < 0$ is $f(2) > 0$. Hieruit volgt dat de reële oplossing van de vergelijking $x^3 - x - 1 = 0$ in het interval [1, 2] ligt. Uit (*) volgt dan dat $u > 0$ is en $v < 0$. Bovendien is wegens (**) $u^3 - v^3 = 1$.

Dit geeft uiteindelijk als oplossing :

$$u = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{69}}{18}} \quad en \quad v = \sqrt[3]{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{69}}{18}}.$$

en bijgevolg is de exacte waarde van het plastisch getal

$$\boxed{\psi = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{69}}{18}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{69}}{18}}.}$$