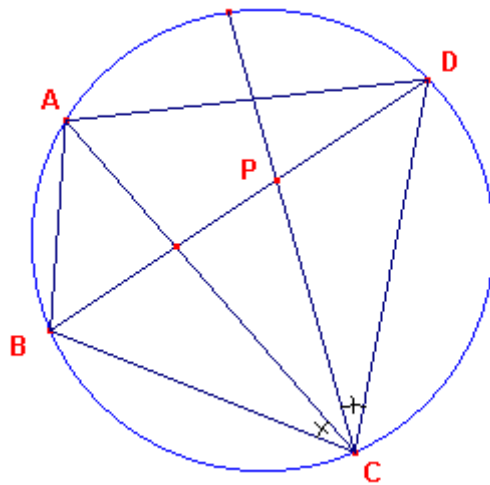


Stelling van Ptolemaeus

Als ABCD is een vierhoek die is ingeschreven in een cirkel dan de som van de producten van lengtes van de paren overliggende zijden is gelijk aan het product van de lengtes van de diagonalen, m.a.w. $|AB| \cdot |CD| + |AD| \cdot |BC| = |AC| \cdot |BD|$.



Bewijs:

Kies op de diagonaal BD een punt P, zodat $\angle ACB = \angle PCD$. Omdat de hoeken BAC en BDC op dezelfde boog staan, zijn ze aan elkaar gelijk. De driehoeken ABC en DPC zijn dus gelijkvormig, waaruit volgt, dat $|CD|/|PD| = |CA|/|BA|$ of $|AB| \cdot |CD| = |AC| \cdot |PD|$.

De hoeken BCP en ACD zijn eveneens gelijk, zodat de driehoeken BCP en ACD eveneens gelijkvormig zijn, waaruit volgt $|BC|/|BP| = |AC|/|AD|$, of $|BC| \cdot |AD| = |AC| \cdot |BP|$.

$$\begin{aligned} \text{Tellen we beide resultaten op, dan vinden we} \\ |AB| \cdot |CD| + |BC| \cdot |AD| &= |AC| \cdot |PD| + |AC| \cdot |BP| \\ &= |AC| \cdot (|BP| + |PD|) \\ &= |AC| \cdot |BD|. \end{aligned}$$

Q.E.D.

Bron: <http://www.pandd.demon.nl> (Dick Klingens)

Merk op.

1. Als ABCD een rechthoek is, volgt hieruit onmiddellijk een bewijs van de **stelling van Pythagoras** (in driehoek ABC)!
2. Via de stelling van Ptolemaeus kan je op een eenvoudige manier de cosinusregel bewijzen.
Zie: <http://www.pandd.nl/cirkels/cosinusregel.htm>.
3. Via de stelling van Ptolemaeus kan je de goniometrische som- en verschilformule voor $\sin(\alpha + \beta)$ en $\sin(\alpha - \beta)$ bewijzen.
Zie: <http://www.pandd.demon.nl/sinregel.htm>