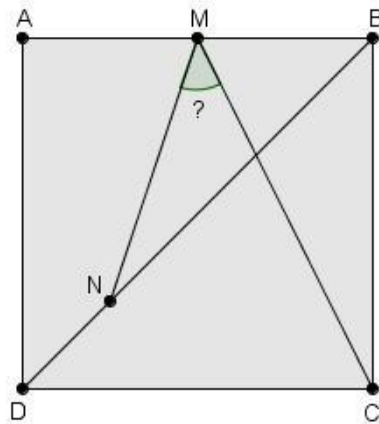


PROBLEEM 36

M is het midden van de zijde $[AB]$ van een vierkant $ABCD$.
 Op de diagonaal $[BD]$ neemt men een punt N zodat $|BN| = 3|DN|$.
 Hoe groot is dan de aangeduide hoek op de onderstaande figuur?



EERSTE OPLOSSING

Stappenplan.

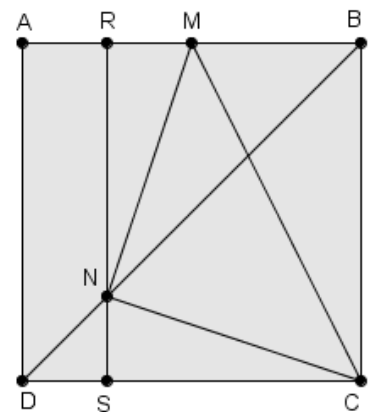
Trek door N een evenwijdige aan AD die AB en CD resp. snijdt in R en S .

Toon aan dat driehoek MRN congruent is met driehoek NSC .

Toon aan dat hieruit volgt dat $\widehat{RNM} + \widehat{CNS} = 90^\circ$.

Toon aan dat driehoek MNC een gelijkbenige rechthoekige driehoek is.

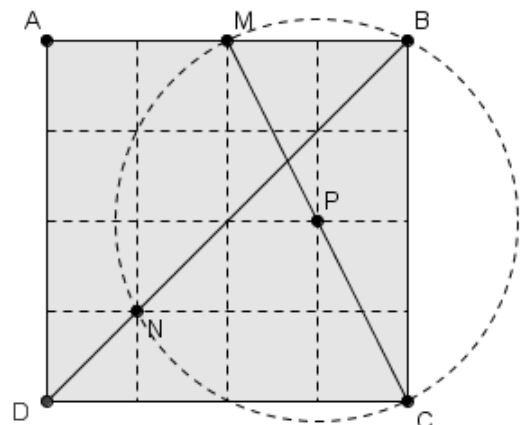
Dan is $\widehat{NMC} = 45^\circ$.



TWEEDE OPLOSSING

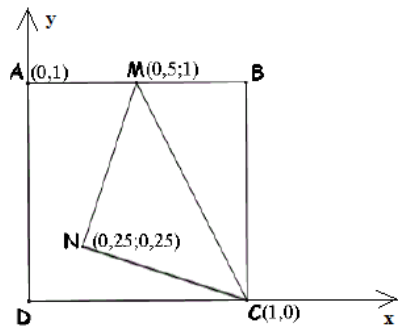
De vierhoek $MBCN$ is een koordenvierhoek. De punten M , B , C en N liggen immers op een cirkel met middelpunt P , het midden van $[MC]$. Dit kan men 'bewijzen zonder woorden' door het vierkant $ABCD$ in 16 even grote vierkantjes op te delen zoals op de nevenstaande figuur.

Bijgevolg is $\widehat{NMC} = \widehat{NBC}$ (omtrekshoecken op dezelfde boog) en klaarblijkelijk is $\widehat{NBC} = 45^\circ$.



DERDE OPLOSSING (met dank aan Odette De Meulemeester)

Kies het assenstelsel zoals op de onderstaande figuur.

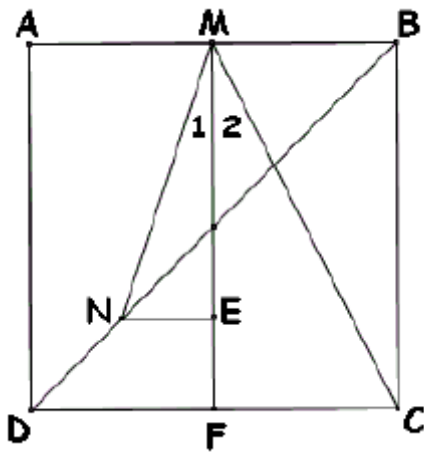


$$\text{ricoMN} = \frac{1-0,25}{0,5-0,25} = 3 \text{ en } \text{ricoNC} = \frac{0-0,25}{1-0,25} = -3 \Rightarrow MN \perp NC$$

$$|MN| = \sqrt{(0,5 - 0,25)^2 + (1 - 0,25)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \text{ en } |NC| = \sqrt{(1 - 0,25)^2 + (0,25 - 0)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \Rightarrow |MN| = |NC|$$

ΔMNC is een gelijkbenige rechthoekige driehoek waarin $\hat{M}$ een scherpe hoek is $\Rightarrow \hat{M} = 45^\circ$

VIERDE OPLOSSING (met dank aan Odette De Meulemeester)



In ΔMNE is $\tan \widehat{M}_1 = \frac{1}{3}$.

In ΔMFC is $\tan \widehat{M}_2 = \frac{1}{2}$.

Dan is

$$\tan \widehat{M} = \tan(\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2) = \frac{\tan \widehat{M}_1 + \tan \widehat{M}_2}{1 - \tan \widehat{M}_1 \cdot \tan \widehat{M}_2} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1.$$

Hieruit volgt dat $\widehat{M} = 45^\circ$.