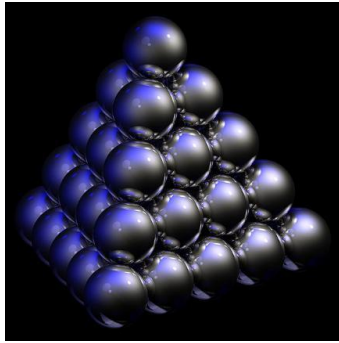


## PROBLEEM 24

Hieronder staat een vierzijdige ballenpiramide afgebeeld waarbij er op het grondvlak 25 balletjes liggen.



Hoeveel balletjes zijn er bij deze piramide zichtbaar aan de oppervlakte (aan de 4 zijden samen)?

Stel een algemene formule op voor het aantal balletjes dat aan de oppervlakte zichtbaar is bij een vierzijdige piramide waarbij er  $n$  balletjes liggen op elke zijde van het grondvlak.

Eerste oplossing

Stel  $P(n)$  gelijk aan het totale aantal balletjes in een vierzijdige piramide met  $n$  balletjes op elke zijde van het grondvlak.

Dan is het aantal zichtbare balletjes van deze piramide gelijk aan  $P(n) - P(n - 2)$ .

Nu is  $P(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$  zodat

$$P(n) - P(n - 2) = (n - 1)^2 + n^2 = 2n^2 - 2n + 1.$$

Bij de afgebeelde piramide zijn er aan de 4 zijden samen 25 balletjes zichtbaar.

Tweede oplossing

Men gaat gemakkelijk na dat er van de opeenvolgende lagen van een vierzijdige piramide met  $n$  balletjes op elke zijde van het grondvlak 1, 4, 8, 12, ... ,  $4(n - 1)$  balletjes zichtbaar zijn.

Het totale aantal zichtbare balletjes is dan

$$1 + 4(1 + 2 + \dots + (n - 1)) = 1 + 4n(n - 1)/2 = 2n^2 - 2n + 1.$$