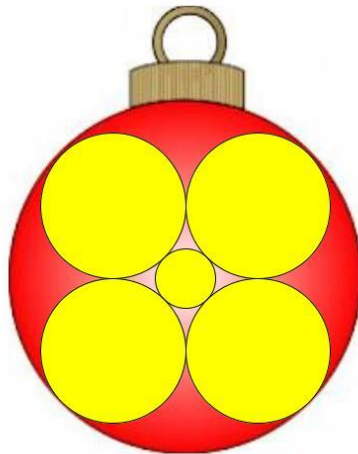


KERSTBALRAADSEL

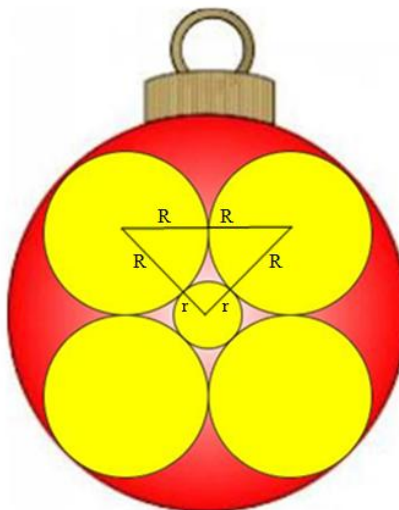


Op de bovenstaande figuur zie je een kerstbal (cirkel) waarin vijf cirkels beschreven zijn:
4 grote cirkels met straal R en een kleine cirkel met straal r .
Hoe groot is dan de verhouding $R : r$?

EERSTE OPLOSSING

Pas de stelling van Pythagoras toe:

$$\begin{aligned}(r + R)^2 + (r + R)^2 &= (2R)^2 \\ \Downarrow \\ R^2 - 2rR - r^2 &= 0 \\ \Downarrow \\ \left(\frac{R}{r}\right)^2 - \left(\frac{R}{r}\right) - 1 &= 0 \\ \Downarrow \\ \frac{R}{r} &= 1 + \sqrt{2}.\end{aligned}$$



TWEEDE OPLOSSING

$$\cos 45^\circ = \frac{r + R}{2R} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{r}{R} = \sqrt{2} - 1 \text{ en } \frac{R}{r} = \sqrt{2} + 1.$$

Merk op: als R' de straal is van de grote cirkel, dan is

$$r + 2R = R' \Rightarrow \frac{R}{R'} = \sqrt{2} - 1 \text{ en } \frac{r}{R'} = 3 - 2\sqrt{2}.$$