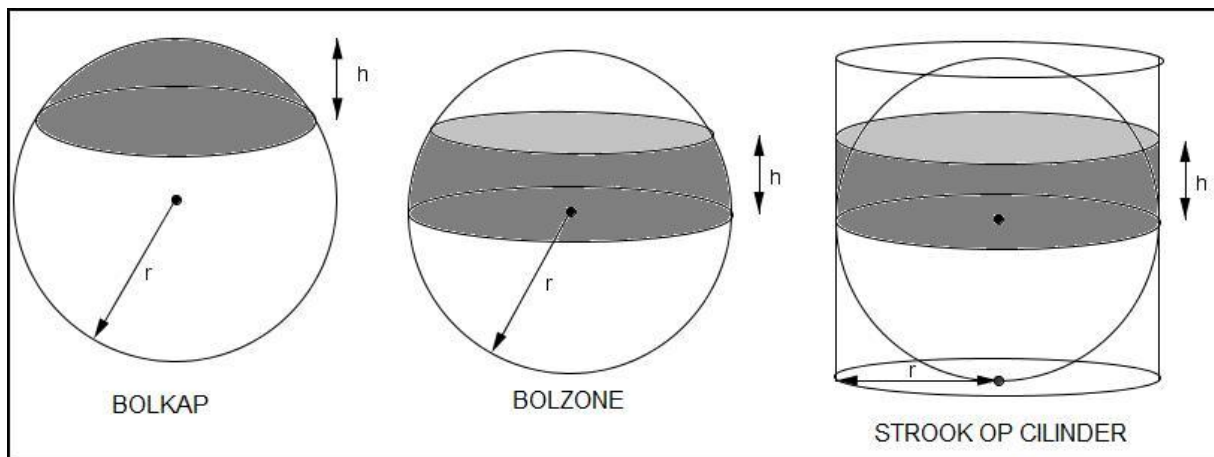
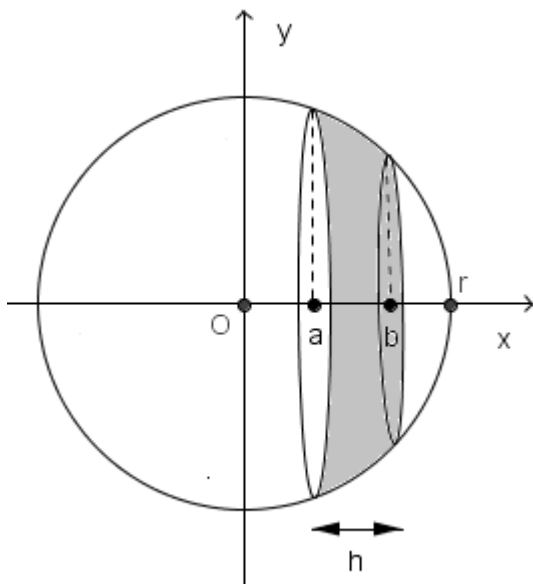




De strook op de cilinder is in feite een rechthoek met lengte $2\pi r$ (omtrek van een cirkel met straal r) en breedte h . De oppervlakte is dus $2\pi rh$.

De oppervlakte S van een bolzone berekenen we met de formule voor de manteloppervlakte (bepaalde integraal):



$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

$$\text{waarbij } f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}.$$

Dan is

$$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

zodat

$$S_{bolzone} = 2\pi \int_a^b \sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{1 + \frac{x^2}{r^2 - x^2}} dx = 2\pi \int_a^b r dx = 2\pi r[x]_a^b = 2\pi r(b - a) = 2\pi rh.$$

Voor de oppervlakte van een bolkap is het rekenwerk helemaal analoog.

Het volstaat de bovengrens van de integraal te vervangen door r en de ondergrens door $r - h$:

$$S_{bolkap} = 2\pi r(r - (r - h)) = 2\pi rh.$$

Alternatieve aanpak.

$$S = 2\pi \int_{s(a)}^{s(b)} y ds \quad \text{met } (ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2.$$

Hier is $x^2 + y^2 = r^2$ zodat $x dx + y dy = 0$ en bijgevolg is

$$(dy)^2 = \left(-\frac{x}{y} dx\right)^2$$

en

$$(ds)^2 = (dx)^2 + \frac{x^2}{y^2} (dx)^2 = \frac{x^2 + y^2}{y^2} (dx)^2 = \frac{r^2}{y^2} (dx)^2.$$

Dus is

$$S = 2\pi \int_{s(a)}^{s(b)} y ds = 2\pi \int_a^b r dx = 2\pi r [x]_a^b = 2\pi r(b - a) = 2\pi r h.$$