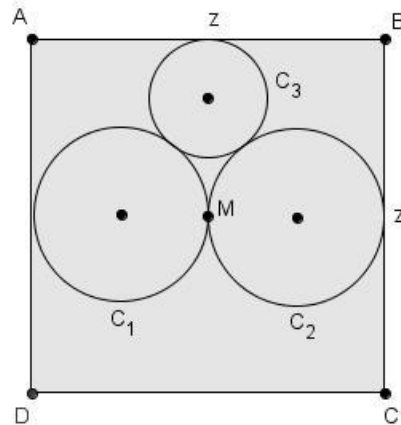


PROBLEEM 19

In een vierkant ABCD met zijde z construeert men twee even grote cirkels C_1 en C_2 die respectievelijk raken aan de zijden [AD] en [BC] en die elkaar raken in het middelpunt M van het vierkant.

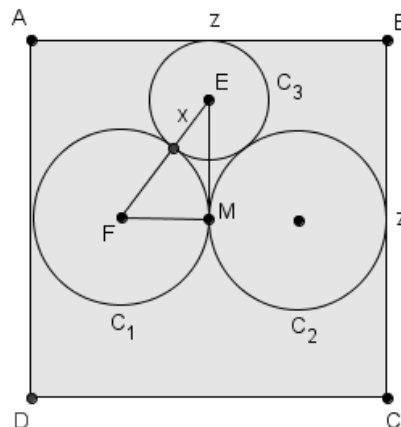
Een derde cirkel C_3 raakt aan de zijde [AB] en raakt ook aan de twee andere cirkels. Bepaal de straal van de cirkel C_3 in functie van de zijde z van het vierkant.



OPLOSSING

Noem x de straal van de cirkel C_3 .

Pas de stelling van Pythagoras toe in driehoek EFM (zie onderstaande figuur):



$$\begin{aligned}
 |FM|^2 + |EM|^2 &= |EF|^2 \\
 \Updownarrow \\
 \left(\frac{z}{4}\right)^2 + \left(\frac{z}{2} - x\right)^2 &= \left(\frac{z}{4} + x\right)^2 \\
 \Updownarrow \\
 \frac{z^2}{4} - zx &= \frac{zx}{2}.
 \end{aligned}$$

Hieruit volgt dat $x = \frac{z}{6}$.