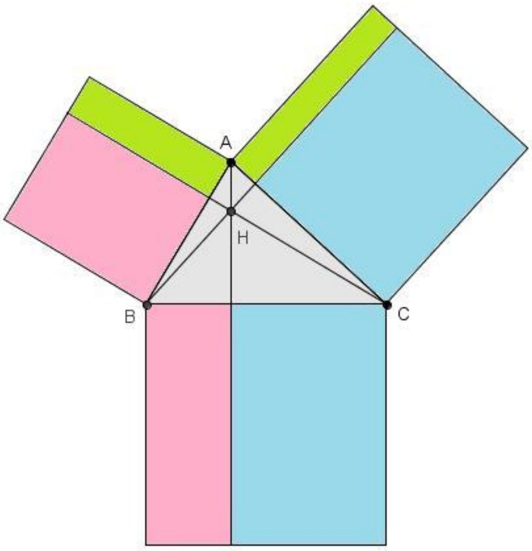
PROBLEEM 15

Op de drie zijden van een willekeurige driehoek ABC construeert men een vierkant zoals op de onderstaande figuur.
De hoogtelijnen verdelen elk vierkant in twee rechthoeken.
(H is het hoogtepunt van de driehoek).
Toon aan dat de rechthoeken in dezelfde kleur dezelfde oppervlakte hebben.



EERSTE OPLOSSING

We tonen bijvoorbeeld aan dat opp. S_1 = opp. S_2.
Noem D en E resp. het voetpunt van de loodlijn uit A en C op de overstaande zijde van de driehoek.
Dan is driehoek ADB gelijkvormig met driehoek CEB.
Hieruit volgt dat

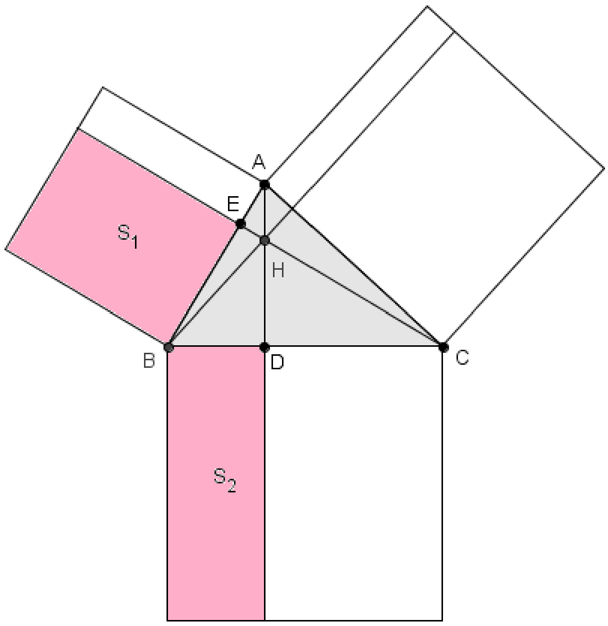
$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|BD|}{|BE|}$$

$$\Updownarrow$$

$$|AB|.|BE| = |BC|.|BD|$$

$$\Updownarrow$$

$$\text{opp. } S_1 = \text{opp. } S_2 .$$



TWEEDE OPLOSSING

We tonen opnieuw aan dat opp. S_1 = opp. S_2 met behulp van goniometrie.
$|BE| = |BC| \cos \hat{B}$ zodat opp. $S_1 = |AB||BC| \cos \hat{B}$.
$|BD| = |AB| \cos \hat{B}$ zodat opp. $S_2 = |BC|\,|AB| \cos \hat{B}$.