

PROBLEEM 13

Toon aan dat de derde macht van elk positief geheel getal gelijk is aan het verschil van twee kwadraatgetallen.

Voorbeelden.

$$4^3 = 64 = 100 - 36 = 10^2 - 6^2$$

$$10^3 = 1000 = 3025 - 2025 = 55^2 - 45^2.$$

BEWIJS

$$4n = (n + 1)^2 - (n - 1)^2$$

$\Downarrow$

$$4n^3 = n^2(n + 1)^2 - n^2(n - 1)^2$$

$\Downarrow$

$$n^3 = \left(\frac{n(n + 1)}{2}\right)^2 - \left(\frac{n(n - 1)}{2}\right)^2.$$

Merk op.

$1^3 = 1^2 - 0^2$, d.w.z. de regel klopt ook voor 1^3 als men tenminste ook 0 als een kwadraatgetal bekijkt. Meestal houdt men zich aan de afspraak dat de kwadraatgetallen 1, 4, 9, 16 ... zijn.