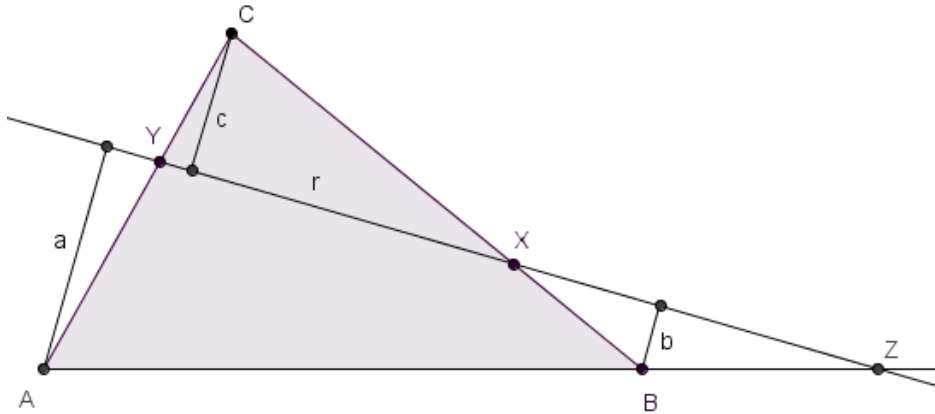


STELLING VAN MENELAOS

Gegeven is een driehoek ABC en een rechte r die de zijlijnen BC, CA en AB respectievelijk snijdt in de punten X, Y en Z. Dan is

$$\frac{|AZ|}{|BZ|} \cdot \frac{|BX|}{|CX|} \cdot \frac{|CY|}{|AY|} = 1.$$



Bewijs.

Laat uit de hoekpunten A, B en C de loodlijn neer op de rechte r en noem a, b, en c de afstand van de hoekpunten tot de rechte r.

Dan is wegens de stelling van Thales

$$\frac{|AZ|}{|BZ|} = \frac{a}{b} \quad \text{en} \quad \frac{|BX|}{|CX|} = \frac{b}{c} \quad \text{en} \quad \frac{|CY|}{|AY|} = \frac{c}{a}.$$

Hieruit volgt direct het gewenste resultaat.

OPMERKING.

De omgekeerde stelling is eveneens waar, m.a.w. uit de voorwaarde

$$\frac{|AZ|}{|BZ|} \cdot \frac{|BX|}{|CX|} \cdot \frac{|CY|}{|AY|} = 1$$

mag men besluiten dat de punten X, Y en Z collineair zijn.

Voor een bewijs hiervan verwijzen we naar <http://www.pandd.nl/downloads/pappos.pdf>.

OPGAVE.

Gegeven is de gelijkzijdige driehoek ABC waarvan de zijden lengte 6 hebben. Een rechte r snijdt de zijlijnen BC, CA en AB respectievelijk in de punten X, Y en Z waarbij $|CY| = 2$ en $|CX| = 4,5$. Bepaal $|BZ|$.