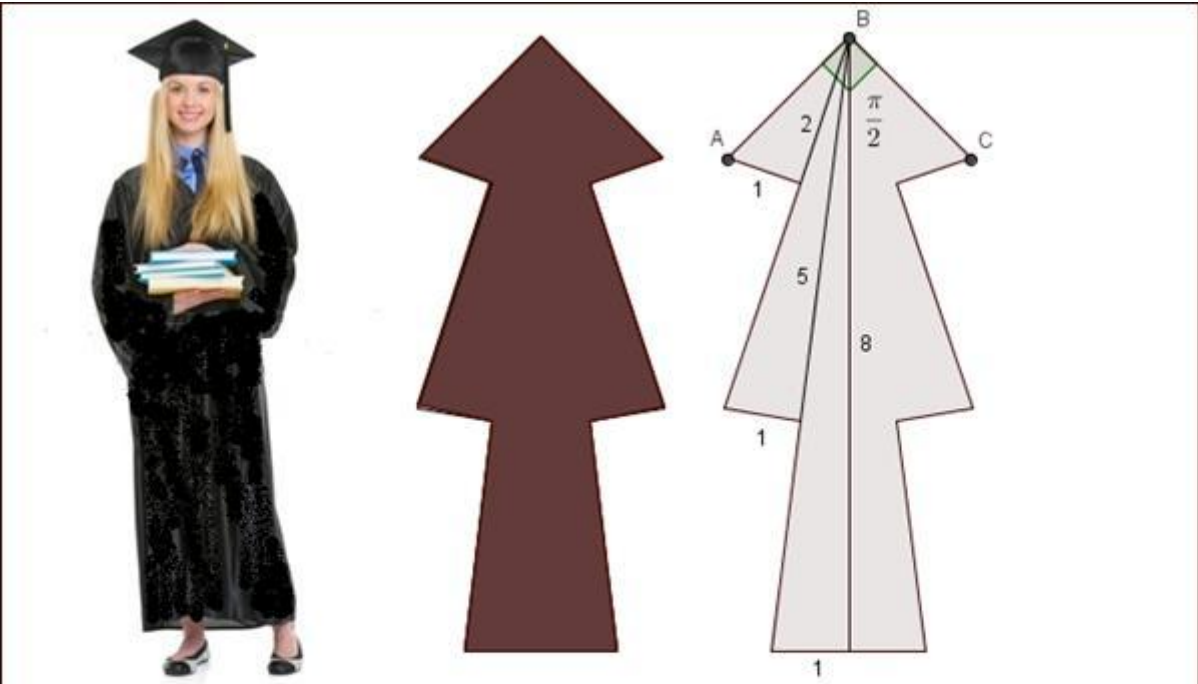




DE VRAAG VAN PROFESSOR PIA

“De pijl naast mij kan je (met een beetje verbeelding) zien als mijn profiel. De pijl is gevormd door zes rechthoekige driehoeken. Dit kan je beter zien op de rechtse figuur. Die bestaat uit driehoeken met rechthoekszijden die respectievelijk als lengte 1 en 8, 1 en 5 en 1 en 2 hebben. Kan je nu bewijzen dat de hoek $\widehat{ABC}$ gelijk is aan $\frac{\pi}{2}$?”

Oplossing.

Het volstaat aan te tonen dat

$$\text{Bgtg} \frac{1}{2} + \text{Bgtg} \frac{1}{5} + \text{Bgtg} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}. \quad (*)$$

Uit de somformule

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

volgt dat

$$\tan(\alpha + \beta + \gamma) = \tan((\alpha + \beta) + \gamma) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma - \tan \alpha \tan \beta \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \tan \beta - \tan \alpha \tan \gamma - \tan \beta \tan \gamma}.$$

Pas deze formule toe op (*) door van beide leden de tangens te nemen.