

FIBONACCI EN PELL

RIJ VAN FIBONACCI

```

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)=u(n-1)+u(n-2)
u(nMin)={1,1}
v(n)=(((1+sqrt(5))/2)^n - ((1-sqrt(5))/2)^n) / sqrt(5)
v(nMin)={1,1}
w(n)=
w(nMin)=
    
```

n	u(n)	v(n)			
1	1	1			
2	1	1			
3	2	2			
4	3	3			
5	5	5			
6	8	8			
7	13	13			
8	21	21			
9	34	34			
10	55	55			
11	89	89			

u(n)=u(n-1)+u(n-2)

```

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
MATRIX[A] 2 x2
[ 1 1 ]
[ 1 0 ]

[A](2,2)=0
    
```

[A]
$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

```

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
[A]
[ 1 1 ]
[ 1 0 ]
Ans*[A]
[ 2 1 ]
[ 1 1 ]
    
```

LHJ
$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Ans*[A]
$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
Ans*[A]
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

Vaststelling.

$$A^n = \begin{bmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{bmatrix}, \text{ waarbij } F_n \text{ het n-de Fibonaccigetel is.}$$

Bewijs door volledige inductie.

- Basisstap. De formule klopt voor $n = 1$ (met de afspraak dat $F_0 = 0$).
- Inductiestap.
Stel dat

$$A^k = \begin{bmatrix} F_{k+1} & F_k \\ F_k & F_{k-1} \end{bmatrix},$$

Dan is

$$A^{k+1} = \begin{bmatrix} F_{k+1} & F_k \\ F_k & F_{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{k+1} + F_k & F_{k+1} \\ F_k + F_{k-1} & F_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{k+2} & F_{k+1} \\ F_{k+1} & F_k \end{bmatrix}.$$

RIJ VAN PELL

0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169 ...

Voor het n-de Pellgetal bestaat er ook een expliciet voorschrift:

$$P_n = \frac{(1 + \sqrt{2})^{n-1} - (1 - \sqrt{2})^{n-1}}{2\sqrt{2}}.$$

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)≡2u(n-1)+u(n-2)
u(nMin)≡{1,0}
v(n)≡((1+√2)^(n-1)-(1-√2)^(n-1))
v(nMin)≡
w(n)=
w(nMin)=
```

n	u(n)	v(n)			
1	0	0			
2	1	1			
3	2	2			
4	5	5			
5	12	12			
6	29	29			
7	70	70			
8	169	169			
9	408	408			
10	985	985			
11	2378	2378			

u(n)≡2u(n-1)+u(n-2)

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
[A]
[2 1]
[1 0]
-----
Ans*[A]
[5 2]
[2 1]
-----
```

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
HNS*LHJ
[5 2]
[2 1]
-----
Ans*[A]
[12 5]
[5 2]
-----
Ans*[A]
[29 12]
[12 5]
-----
```

$$A^n = \begin{bmatrix} P_{n+1} & P_n \\ P_n & P_{n-1} \end{bmatrix}, \text{ waarbij } P_n \text{ het n-de Pellgetal is.}$$

Dit kan eveneens via volledige inductie bewezen worden.

Meer informatie op Wikipedia (Pellgetal) en www.gnomon.bloggen.be (zoekopdracht: Pell).