De Pellgetallen zijn genoemd naar de Engelse wiskundige John Pell (17de eeuw)
en worden gedefinieerd door de volgende recursiebetrekking:

$$P_n = \begin{cases} 0 & \text{voor } n = 0; \\ 1 & \text{voor } n = 1; \\ 2P_{n-1} + P_{n-2} & \text{voor } n \geq 2. \end{cases}$$

Deze rij begint dus met 0 en 1 en elk volgend getal bekomt men
door tweemaal het vorige getal op te tellen bij het getal daarvoor.

De rij begint dus als volgt: 0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169, 408, 985, 2378...

Het n-de Pellgetal is bepaald door de volgende uitdrukking:

$$P_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Bewijs.

De getallen $r = 1 + \sqrt{2}$ en $r' = 1 - \sqrt{2}$ zijn de oplossingen van de vergelijking $x^2 = 2x + 1$.

Dan is $r^2 = 2r + 1$

$r^3 = 2r^2 + r = 2(2r + 1) + r = 5r + 2$

$r^4 = 5r^2 + 2r = 5(2r + 1) + 2r = 12r + 5$

…

$r^n = P_n r + P_{n-1}$ (1) (deze algemene regel kan men bewijzen via volledige inductie)

en analoog is

$r'^n = P_n r' + P_{n-1}$ (2)

Uit (1) – (2) volgt dat

$r^n - r'^n = P_{n}(r - r')$ (3)

en omdat $r - r' = 2\sqrt{2}$ volgt uit (3) de vooropgestelde formule voor P_n .