

PROBLEEM 7

Voor hoeveel positieve gehele getallen n tussen 5 en 50 is het product

$$P = \left(1 + \frac{1}{5}\right) \left(1 + \frac{1}{6}\right) \left(1 + \frac{1}{7}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

een geheel getal?

OPLOSSING

Merk op: $1 + \frac{1}{k} = \frac{k+1}{k}$.

Dus is

$$\left(1 + \frac{1}{5}\right) \left(1 + \frac{1}{6}\right) \left(1 + \frac{1}{7}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n}\right) = \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7} \dots \frac{n+1}{n} = \frac{n+1}{5}.$$

Bijgevolg moet $n+1$ een 5-voud.

Hieraan is voldaan voor $n = 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, 44$ en 49 .

De overeenkomstige waarden van het product P zijn dan 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9.

Er zijn 9 oplossingen.