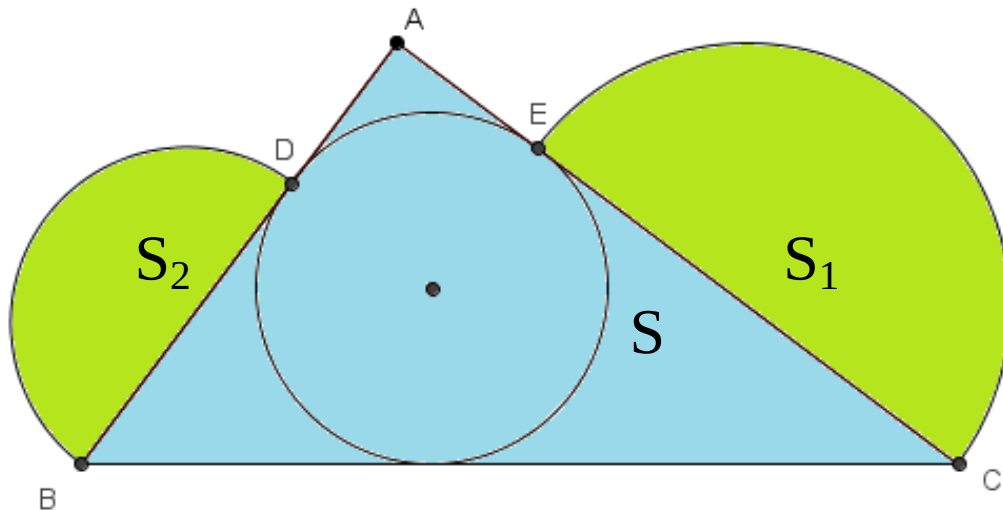




ΔABC is een rechthoekige driehoek ($\hat{A} = 90^\circ$) met oppervlakte S .
 De ingeschreven cirkel van ΔABC raakt in D aan de zijde $[AB]$ en in E aan de zijde $[AC]$.
 De halve cirkels met diameter $[EC]$ en diameter $[BD]$ hebben als oppervlakte S_1 en S_2 .

Bewijs dat
$$\frac{8\sqrt{S_1 S_2}}{S} = \pi.$$

Bewijs.

Stel $|BC| = a$, $|AC| = b$ en $|AB| = c$.

$$S = \text{opp. } \Delta ABC = \frac{1}{2} bc. \quad (1)$$

$$2|EC| + 2|BD| + 2|AD| = a + b + c \Leftrightarrow |EC| = \frac{1}{2}(a + c - b) \text{ en analoog: } |DB| = \frac{1}{2}(a + b - c).$$

Dan is

$$\begin{aligned} S_1 S_2 &= \frac{1}{32} \pi (a + c - b)^2 \cdot \frac{1}{32} \pi (a + b - c)^2 \\ &= \left(\frac{1}{32} \pi\right)^2 [a^2 - (b - c)^2]^2 \\ &= \left(\frac{1}{32} \pi\right)^2 [a^2 - b^2 - c^2 + 2bc]^2 \\ &= \left(\frac{1}{32} \pi\right)^2 \cdot 4b^2 c^2 \text{ (wegens de stelling van Pythagoras)} \\ &= \left(\frac{1}{16} \pi bc\right)^2. \quad (2) \end{aligned}$$

Uit (1) en (2) volgt het gewenste resultaat.