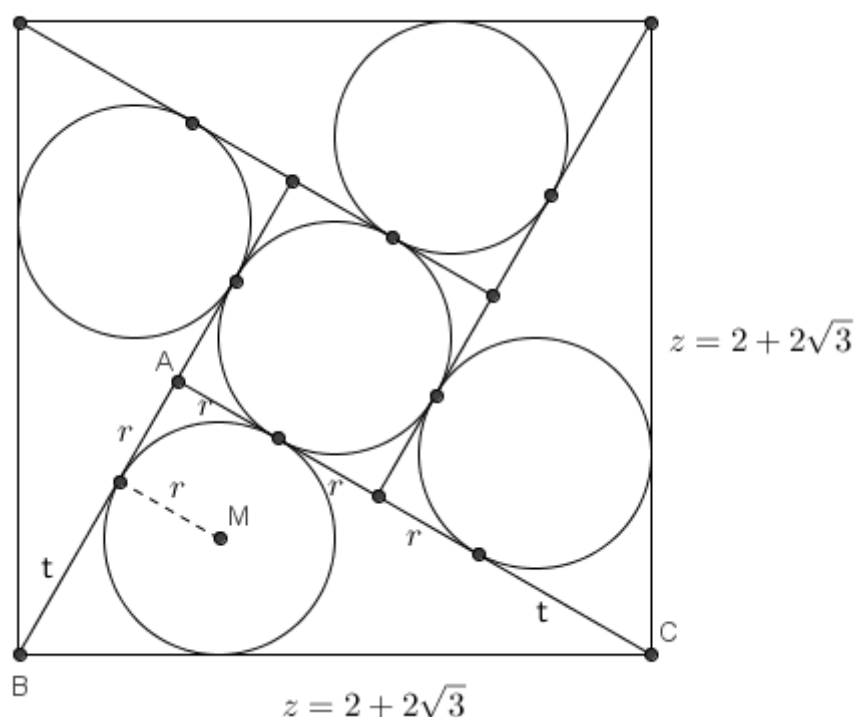


EEN PI-KANT VIERKANT OPGELOST



We maken gebruik van de volgende gekende eigenschap: bij een rechthoekige driehoek waarvan de zijden lengte a , b , en c hebben (a is de lengte van de schuine zijde) is de straal r van de ingeschreven cirkel bepaald door $2r = b + c - a$.

In de rechthoekige $\triangle ABC$ hebben de zijden als lengte $t + r$, $t + 3r$ en z . Hierbij is z de zijde van het vierkant, r is de straal van de ingeschreven cirkel en t de afstand van een hoekpunt tot aan het raakpunt bij de meest nabije cirkel.

$$\text{Dan is } 2r = (t + r) + (t + 3r) - z \text{ of } z = 2t + 2r. \quad (1)$$

$$\text{Wegens de stelling van Pythagoras is } z^2 = (t + r)^2 + (t + 3r)^2. \quad (2)$$

Eliminatie van t uit (1) en (2) levert het verband op tussen r en z : $8r^2 + 4zr - z^2 = 0$.

Hieruit volgt dat $r = \frac{\sqrt{3}-1}{4}z$ zodat voor $z = 2 + 2\sqrt{3}$ geldt dat $r = 1$.

Bijgevolg hebben de vijf cirkels als oppervlakte π .

Merk op. De rechthoekszijden van $\triangle ABC$ hebben dan de volgende lengte:

$$|AB| = 1 + \sqrt{3} \text{ en } |AC| = 3 + \sqrt{3}.$$

De scherpe hoeken van $\triangle ABC$ zijn hoeken van 60° en 30° .