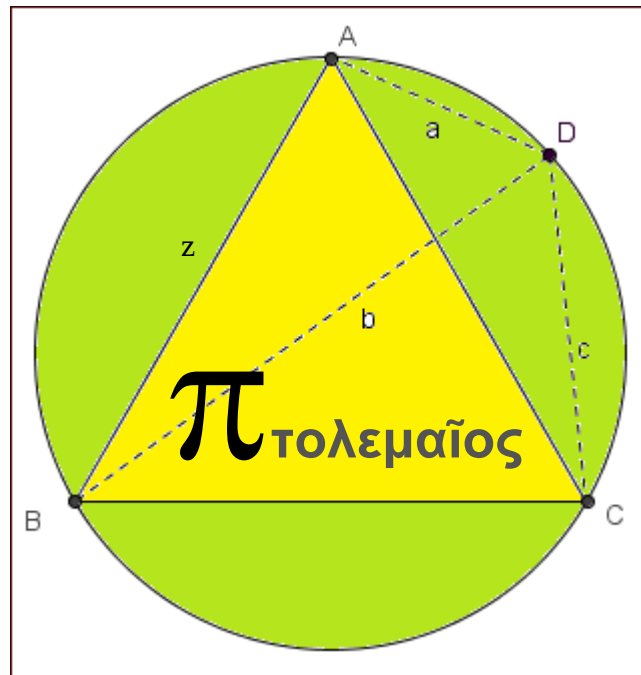


PTOLEMAEUS en π



D is een willekeurig punt op de omgeschreven cirkel van een gelijkzijdige driehoek ABC.
 Stel $|DA| = a$, $|DB| = b$, $|DC| = c$ en z = de zijde van ΔABC .

Te bewijzen:

1. $a + c = b$.
2. $a^2 + b^2 + c^2$ is onafhankelijk van de keuze van D.
3. Als $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, dan is de oppervlakte van de cirkel π .

Oplossing.

1. Wegens de stelling van Ptolemaeus in de koordenvierhoek ABCD is $bz = az + cz$.
2. Wegens deel 1 is $a^2 + b^2 + c^2 = 2a^2 + 2c^2 + 2ac$.
 Pas de cosinusregel toe in ΔACD : $z^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos 120^\circ$ zodat $a^2 + c^2 + ac = z^2$.
 Bijgevolg is $a^2 + b^2 + c^2 = 2z^2$.
3. Als $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, volgt uit deel 2 dat $z = \sqrt{3}$. Hieruit leid met behulp van een beetje goniometrie direct af dat de straal van de omgeschreven cirkel van ΔABC gelijk is aan 1. Je kunt hiervoor ook gebruik maken van de formule die het verband geeft tussen de lengte van de zijden van een willekeurige driehoek en de straal van de omgeschreven cirkel. Zie bijvoorbeeld op <http://www.mathalino.com/reviewer/derivation-of-formulas/derivation-of-formula-for-radius-of-circumcircle>.