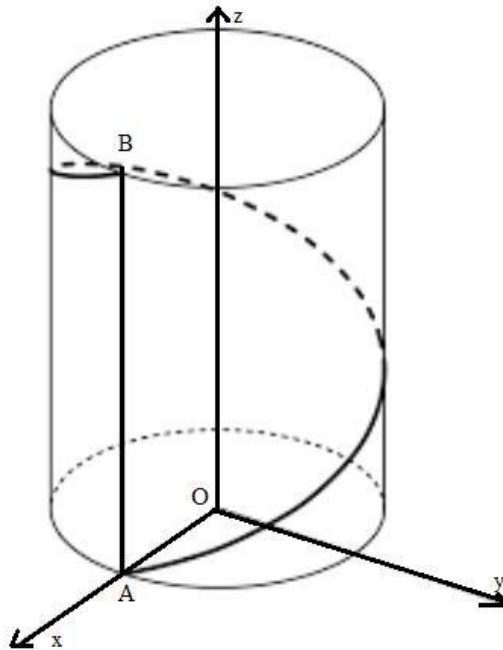


LENGTE VAN EEN SCHROEFLIJN



Beschouw de schroeflijn die bepaald is door de volgende cartesische coördinaten:

$$(x(t), y(t), z(t)) = \left(\frac{2}{5} \cos t, \frac{2}{5} \sin t, \frac{3}{10} t \right).$$

De schroeflijn bevindt zich op een cilinder met straal $r = 0,4$ want $x^2 + y^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2$.

Het beginpunt (voor $t = 0$) is $A\left(\frac{2}{5}, 0, 0\right)$ en na één volledige omwenteling ($t = 2\pi$) vinden we het punt $B\left(\frac{2}{5}, 0, \frac{3\pi}{5}\right)$.

Kan je bewijzen dat de lengte van de schroeflijn tussen A en B gelijk is aan π ?

Bewijs.

Een ontwikkeling van de cilindermantel levert een rechthoek op, waarbij de schroeflijn precies de diagonaal is van A naar B. De lengte van deze rechthoek is de omtrek van de cirkel met straal $r = 0,4$ en is dus gelijk aan $0,8\pi$. De breedte (hoogte) van de rechthoek is precies de spoed van de schroeflijn en is gelijk aan $\frac{3}{10} \cdot 2\pi = 0,6\pi$.

De lengte d van de diagonaal bekom je dan via de stelling van Pythagoras:

$$d = \sqrt{\left(\frac{8\pi}{10}\right)^2 + \left(\frac{6\pi}{10}\right)^2} = \pi.$$