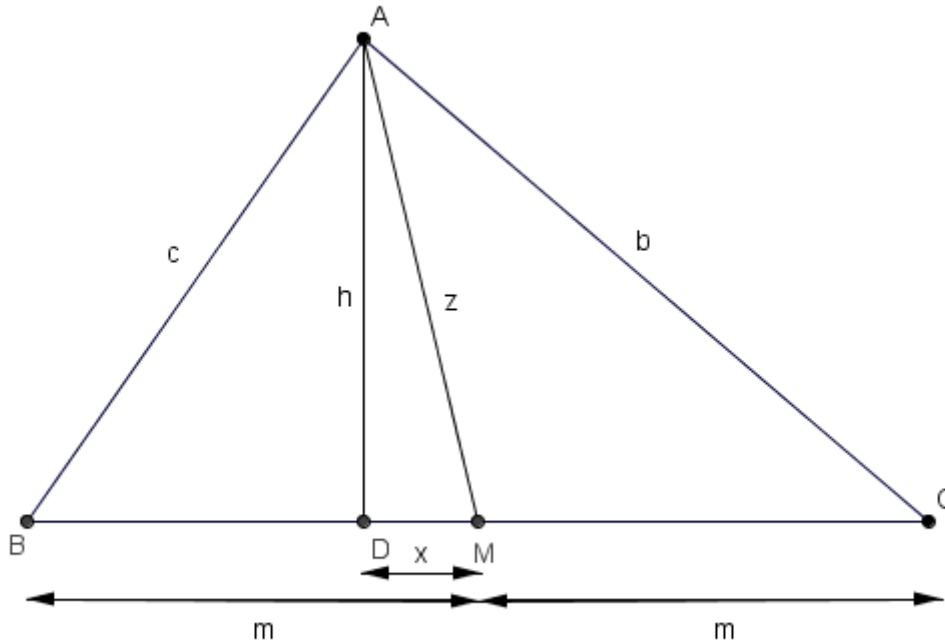


SANGAKU MET VIER VIERKANTEN OPGELOST

HULPEIGENSCHAP

In $\triangle ABC$ is $|AB| = c$ en $|AC| = b$.
AM is de zwaartelijijn uit A en $|AM| = z$ en $|BM| = |CM| = m$.

Dan is $b^2 + c^2 = 2(z^2 + m^2)$.



BEWIJS

Noem D het voetpunt van de loodlijn uit A op BC en stel $|AD| = h$. Stel $|DM| = x$.

Pas verschillende keren de stelling van Pythagoras toe.

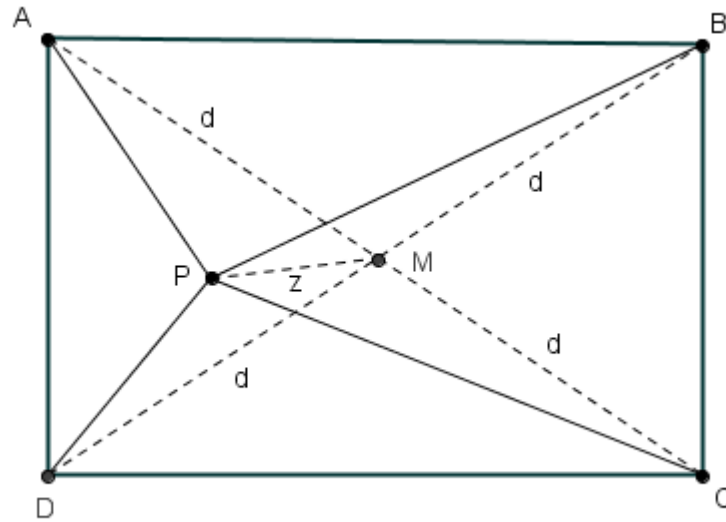
$$b^2 = h^2 + (m + x)^2 \text{ en } z^2 = h^2 + x^2, \text{ dus is } b^2 = z^2 + m^2 + 2mx \quad (1)$$

$$c^2 = h^2 + (m - x)^2 \text{ en } z^2 = h^2 + x^2, \text{ dus is } c^2 = z^2 + m^2 - 2mx \quad (2)$$

$$(1) + (2) : b^2 + c^2 = 2(z^2 + m^2).$$

Kies een willekeurig punt P binnen een rechthoek ABCD.
Verbind P met twee overstaande hoekpunten A en C en daarna ook met B en D.

Te bewijzen: $|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$.



BEWIJS

Pas de hulpeigenschap toe in $\triangle APC$ en in $\triangle BPD$!
