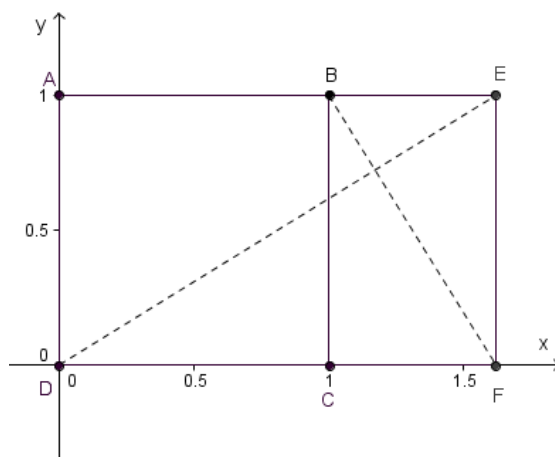


## PROBLEEM MET EEN GULDEN RECHTHOEK - opgelost



Tegen een vierkant ABCD plaatst men een rechthoek BEFC zodat deze rechthoek gelijkvormig is met de grote rechthoek DAEF.

1. Toon aan dat de verhouding van de lengte tot de breedte van de rechthoeken BEFC en AEFD dan gelijk is aan

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad (\text{het getal van de gulden snede}).$$

Dit betekent dat beide rechthoeken gulden rechthoeken zijn.

2. Toon aan dat de diagonaal [BF] van de kleine rechthoek loodrecht staat op de diagonaal [DE] van de grote rechthoek.

### OPLOSSING.

We nemen aan dat de zijden van het vierkant ABCD lengte 1 hebben en kiezen het assenstelsel zoals op de bovenstaande figuur.

1. Stel  $|BE| = x$ , dan zijn de rechthoeken BEFC en DAEF gelijkvormig als en slechts als

$$\frac{1}{x} = \frac{1+x}{1}, \text{ d. w. z. } x^2 + x - 1 = 0.$$

Dan is

$$x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}, \quad \text{zodat} \quad \frac{|EF|}{|BE|} = \frac{|AE|}{|AD|} = \frac{1}{x} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

2. Uit deze berekening vinden we de coördinaten van F en E:

$$F\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, 0\right) \text{ en } E\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, 1\right)$$

zodat

$$\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DE} = \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}, -1\right) \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, 1\right) = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5} + 1}{2} - 1 = 1 - 1 = 0.$$