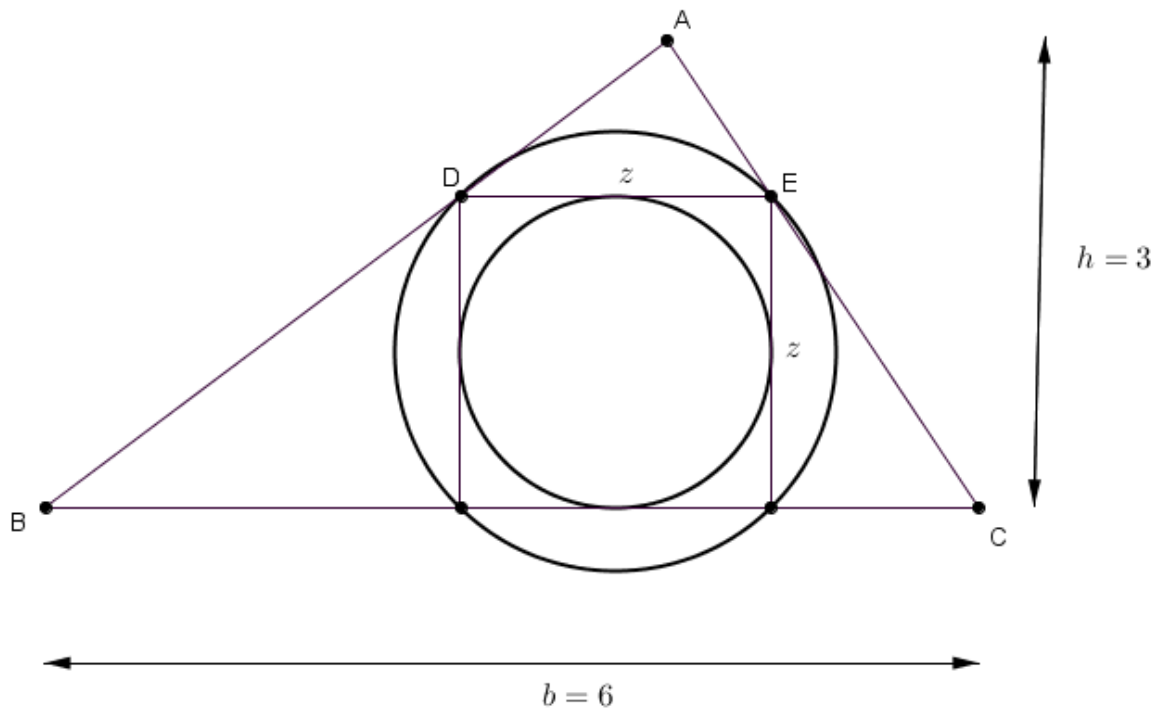


PI-RING – opgelost



In een scherphoekige driehoek met basis $b = 6$ en hoogte $h = 3$ tekent men een zo groot mogelijk vierkant (zie figuur). De ring bepaald door de omgeschreven en de ingeschreven cirkel van dit vierkant heeft als oppervlakte π . Bewijs dit!

OPLOSSING.

Als b en h respectievelijk de basis en de hoogte zijn van de driehoek en z de zijde van het ingeschreven vierkant, dan tonen we aan dat

$$z = \frac{bh}{b+h}.$$

1^{ste} bewijs.

$\triangle ADE$ is gelijkvormig met $\triangle ABC$

$\Downarrow$

$$\frac{z}{b} = \frac{h-z}{h}$$

$\Downarrow$

$$z = \frac{bh}{b+h}.$$

2^{de} bewijs.

Oppervlakte $\Delta ABC = \text{oppervlakte } \Delta ADE + \text{oppervlakte trapezium } DECB$

$\Downarrow$

$$\frac{bh}{2} = \frac{z(h-z)}{2} + \frac{(z+b)z}{2}$$

$\Downarrow$

$$bh = zh - z^2 + z^2 + zb$$

$\Downarrow$

$$z = \frac{bh}{b+h}.$$

Gevolgen.

Met $b = 6$ en $h = 3$ is $z = 2$.

De straal van de ingeschreven cirkel van het vierkant is 1 en de oppervlakte van de ingeschreven cirkel is π .

De straal van de omgeschreven cirkel van het vierkant is $\sqrt{2}$ en de oppervlakte van de omgeschreven cirkel is 2π .

De ring tussen beide cirkels heeft als oppervlakte π .