Een merkwaardig verband tussen pi en phi.

$$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (3 \cdot \pi)^{2 \cdot n + 1}}{5 \cdot 100^n \cdot (2 \cdot n + 1)!} = \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

Verklaring.

Als vertrekpunt nemen we de volgende gekende sinuswaarde:

$$sin\frac{3\pi}{10} = \frac{1+\sqrt{5}}{4} \quad .$$

Bijgevolg is

$$\int_{O}^{3\pi/10} 2cosx\, dx = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Maak nu gebruik van de Maclaurinreeks voor 2cos x:

$$2cosx = 2 - \frac{2x^2}{2!} + \frac{2x^4}{4!} - \frac{2x^6}{6!} + \ \dots \ .$$

Dan is

$$\int_{O}^{3\pi/10} 2cosx\, dx = \left[2x - \frac{2x^3}{3!} + \frac{2x^5}{5!} - \frac{2x^7}{7!} + \ \dots\right]_0^{3\pi/10}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (3 \cdot \pi)^{2 \cdot n + 1}}{5 \cdot 100^n \cdot (2 \cdot n + 1)!} \quad .$$