Als $2^n - 1$ een priemgetal is, dan is $2^{n-1}(2^n - 1)$ een volmaakt getal.

Bewijs.

We gaan ervan uit dat de volgende formule gekend is:

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} = \frac{x^n - 1}{x - 1}. \qquad (1)$$

Hieruit volgt dat

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1 .$$

In wat volgt stellen we het getal $2^n - 1$ gelijk aan p en wegens het gegeven mogen we aannemen dat p een priemgetal is.

We moeten dan aantonen dat het getal $N = 2^{n-1} . p$ gelijk is aan de som van zijn delers, het getal N zelf niet meegerekend.

Omdat p een priemgetal is zijn de delers van N enerzijds 1, 2, 2^2, …en 2^{n-1} en anderzijds p, 2.p , 2^2.p , … en $2^{n-1} . p$.

De som van deze delers ($2^{n-1} . p$ niet meegerekend) is dan

$(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}) + (p + 2.p + 2^2.p + \dots + 2^{n-2} . p)$

$= (2^n - 1) + p.(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-2})$

$= (2^n - 1) + p.(2^{n-1} - 1)$ (door toepassing van (1))

$= p + p . 2^{n-1} - p$

$= p . 2^{n-1}$

$= N.$

Q.E.D.