



INTERACTIEF LESGEVEN - OP ELK PLATFORM - VOOR IEDEREEN

**Dag van de wiskunde
24 november 2012**

Björn Carreyn



twitter/mrcarreyn



bjorn.carreyn@me.com



<http://www.demare.be/mrcarreyn>

1	Inhoud werkwinkel	3
2	Wat is Desmos?	3
2.1	<i>De homepage van Desmos</i>	3
2.2	<i>Het beginscherm van de “tool”</i>	4
2.3	<i>Een account maken bij Desmos</i>	4
2.4	<i>Ondersteunde functies</i>	5
3	Lesonderwerpen	6
3.1	<i>Punten weergeven in een assenstelsel door middel van coördinaten</i>	6
3.2	<i>Verbanden tussen grootheden grafisch voorstellen</i>	8
3.3	<i>Reële functies</i>	11
3.4	<i>Functies van de eerste graad</i>	14
3.5	<i>Tweedegraadsfuncties</i>	16
3.6	<i>Grafische opbouw van de grafiek van een tweedegraadsfunctie</i>	17
3.7	<i>Problemen oplossen</i>	18
3.8	<i>Elementaire functies</i>	19
4	Jouw werk delen	20
4.1	<i>Delen via sociale media</i>	20
4.2	<i>Het werk e-mailen</i>	20
4.3	<i>Invoegen in webpagina's of op plaatsen op fora</i>	21
4.4	<i>Exporteren als afbeelding</i>	21

1 Inhoud werkwinkel

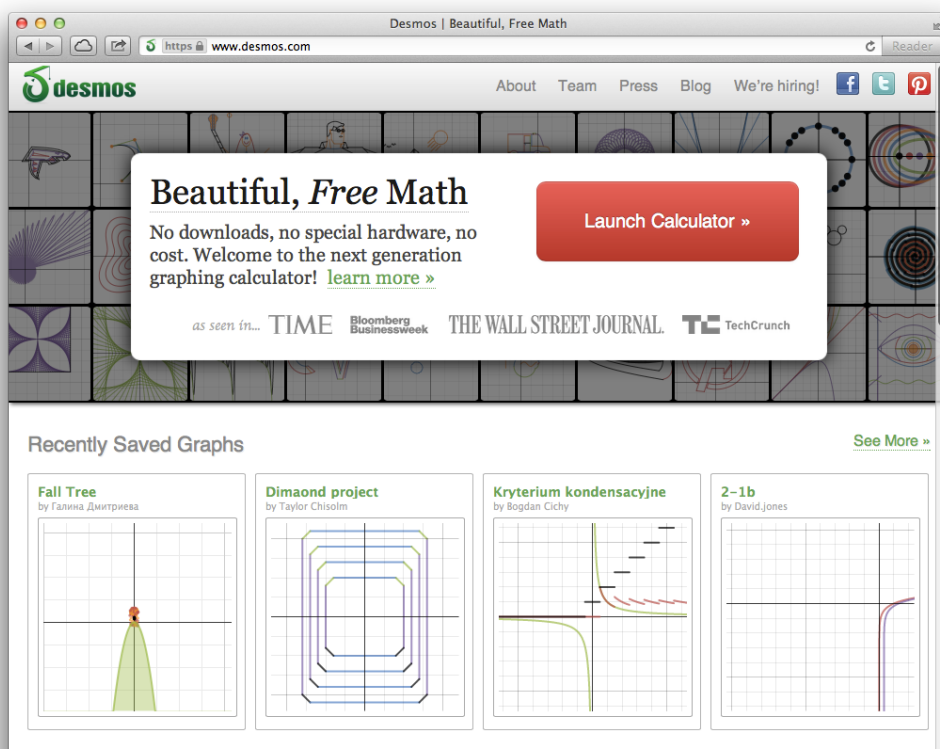
In deze werkwinkel maak je kennis met de gratis online tool Desmos. Aan de hand van deze tool ondersteunen we de leerlijn functies. We leggen de verschillende mogelijkheden van de tool uit: coördinaten, evenredige verbanden, eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, ongelijkheden ...

Voorbeelden uit de lespraktijk worden gedemonstreerd en toegelicht. Een aanrader voor elke leraar die aan ICT-integratie in zijn lessen wil doen.

2 Wat is Desmos?

2.1 De homepage van Desmos

Om van Desmos gebruik te maken surf je naar <http://www.desmos.com/>. Je komt op de homepage terecht van Desmos.

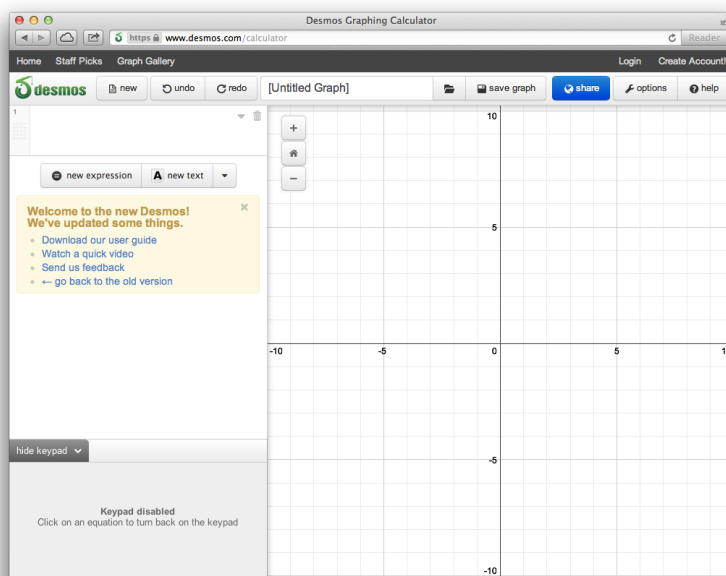


Op de homepage vind je:

- ★ de knop op de tool op te starten.
- ★ een overzicht van de laatst opgeslagen bestanden.
- ★ voorbeelden van “kunst” met Desmos.
- ★ voorbeelden van “wiskunde” met Desmos.
- ★ mogelijkheden om Desmos te contacteren.

2.2 Het beginscherm van de “tool”

Als je op de homepage op de knop “Launch Calculator” klikt, kom je in onderstaand beginscherm terecht.



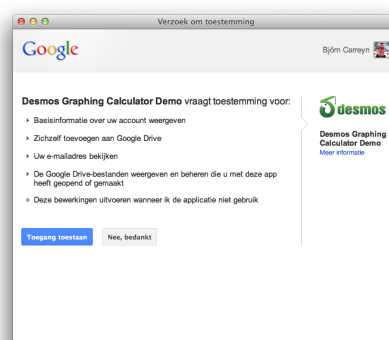
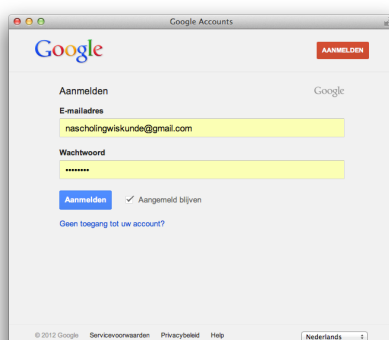
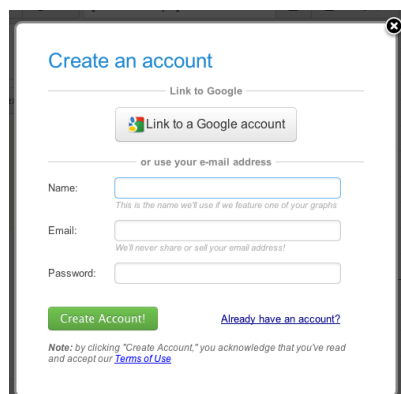
2.3 Een account maken bij Desmos

Om alle mogelijkheden van Desmos te benutten is het interessant om je te registreren. Je klikt hiervoor rechtsboven op “Create Account”.



Je hebt verschillende mogelijkheden:

- ★ jezelf registreren door gebruik te maken van jouw Google-account.
- ★ jezelf registreren door gebruik te maken van een ander e-mailadres.



2.4 Ondersteunde functies

★ Exponentiële en logaritmische functies

$\exp(x)$

$\ln(x)$

$\log(x)$

$\log_n(z)$

x^n

★ Goniometrische functies

$\sin(x)$

$\cos(x)$

$\tan(x)$

$\sec(x)$

$\csc(x)$

$\cot(x)$

★ Cyclometrische functies

$\arcsin(x)$

$\arccos(x)$

$\arctan(x)$

$\operatorname{arcsec}(x)$

$\operatorname{arccsc}(x)$

$\operatorname{arccot}(x)$

★ Hyperbolische functies

$\sinh(x)$

$\cosh(x)$

$\tanh(x)$

$\operatorname{sech}(x)$

$\operatorname{csch}(x)$

$\operatorname{coth}(x)$

★ Statistiek en Kansrekenen

$\operatorname{ceil}(x)$

$\operatorname{floor}(x)$

$\operatorname{round}(x)$

$\operatorname{abs}(x)$

$\min(a,b)$

$\max(a,b)$

$\operatorname{lcm}(a,b)$

$\operatorname{gcd}(a,b)$

$nCr(n,r)$

$nPr(n,r)$

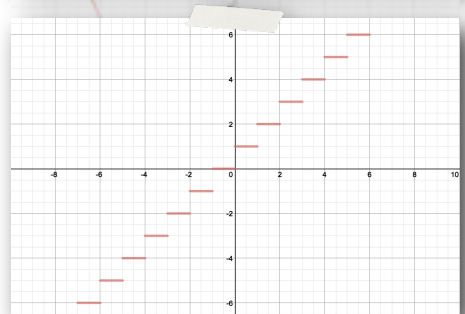
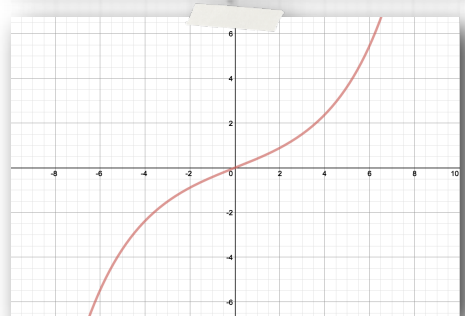
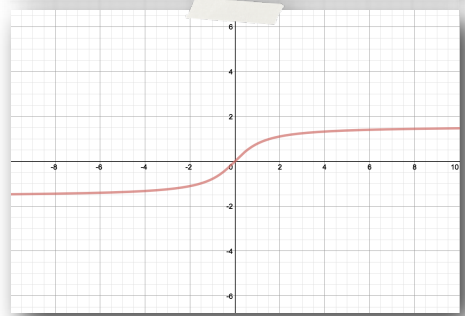
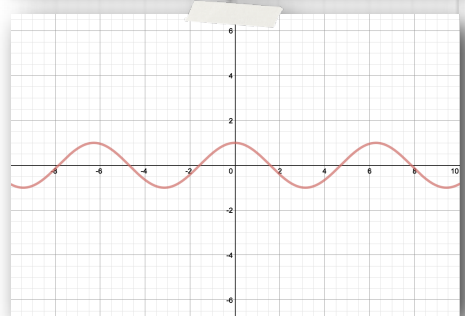
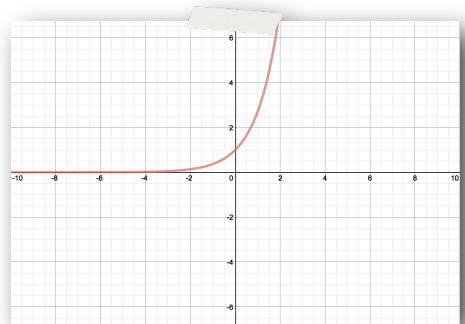
$!$ (factuliteit)

★ Pre(calculus)

d/dx

$\sum$

$\prod$



Je kan ook je eigen functies definiëren, behalve voor de speciale letters (x,y, r, t en e)

vb.: $f(x) = 3x + 3$

3 Lesonderwerpen

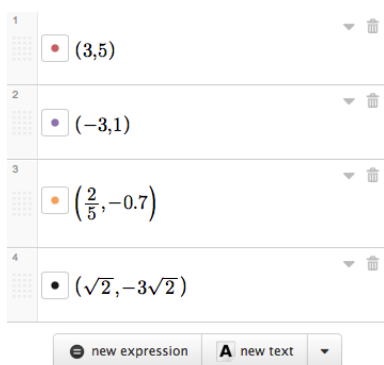
3.1 Punten weergeven in een assenstelsel door middel van coördinaten

Je kunt op een vrij eenvoudige wijze punten in het vlak plaatsen door gebruik te maken van coördinaten.

Opdracht 1:

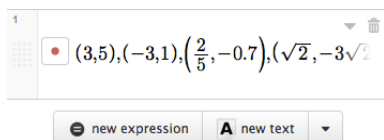
Plaats volgende punten in het assenstelsel: $A(3,5)$, $B(-3,1)$, $C(\frac{2}{5}, -0.7)$ en $D(\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$

Mogelijkheid 1: Invoeren als aparte punten



- ★ Je kunt jouw klavier gebruiken of het keypad om in te voeren.
- ★ Voor een “komma” in een decimale vorm gebruik je een punt.
- ★ Om een breuk weer te geven kun je “/” gebruiken.
- ★ Om een vierkantswortel weer te geven gebruik je de opdracht “sqrt()”

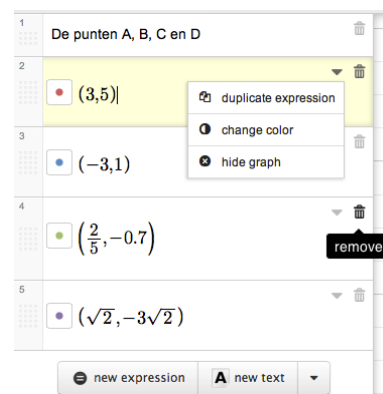
Mogelijkheid 2: Invoeren als een lijst van punten



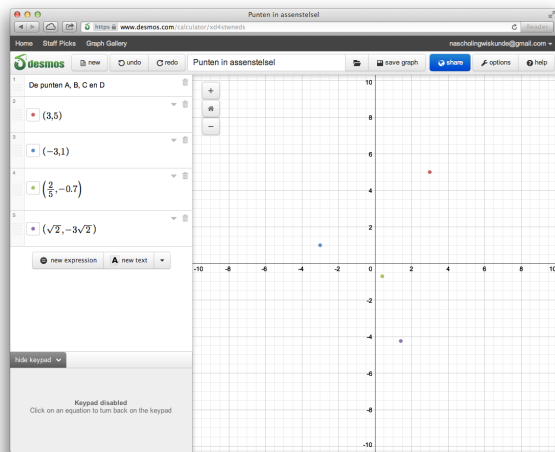
- ★ Als je alle punten in één uitdrukking na elkaar wil invoeren, moet je deze scheiden door een komma.
- ★ Merk op dat alle punten in dezelfde kleur worden weergegeven.

Opmaak en weergave

- ★ Je kunt tekst toevoegen om jouw uitdrukkingen te verduidelijken. Klik hier voor op “New Text”.
- ★ Je kunt een uitdrukking verslepen door gebruik te maken van de nummergreep van de uitdrukking.
- ★ Je kunt een aantal opties bij een uitdrukking onmiddellijk aanpassen: een uitdrukking dupliceren, de weergavekleur wijzigen of een uitdrukking niet weergeven. Een uitdrukking niet weergeven kan ook door op het vierkant icoontje voor de uitdrukking te klikken.



- ★ Een uitdrukking verwijderen kan door op de prullenmand te klikken.



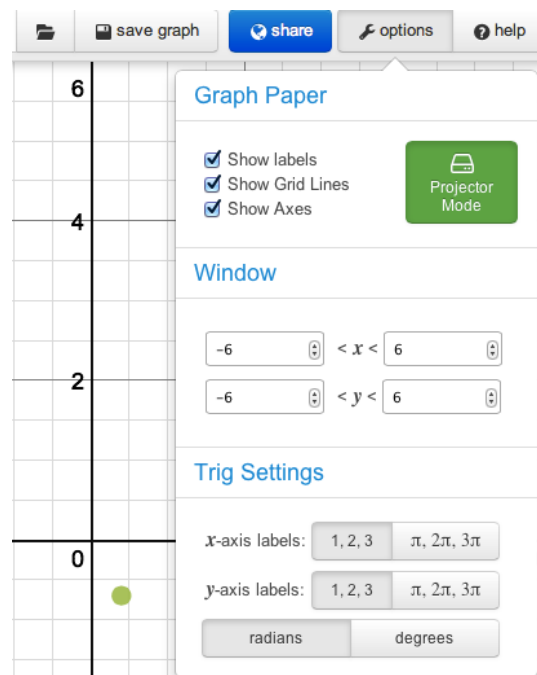
Het resultaat in het scherm ziet er voorlopig zo uit.

Wanneer je in een klassituatie het resultaat wil projecteren dan is het vaak zo dat een aantal zaken minder duidelijk worden.

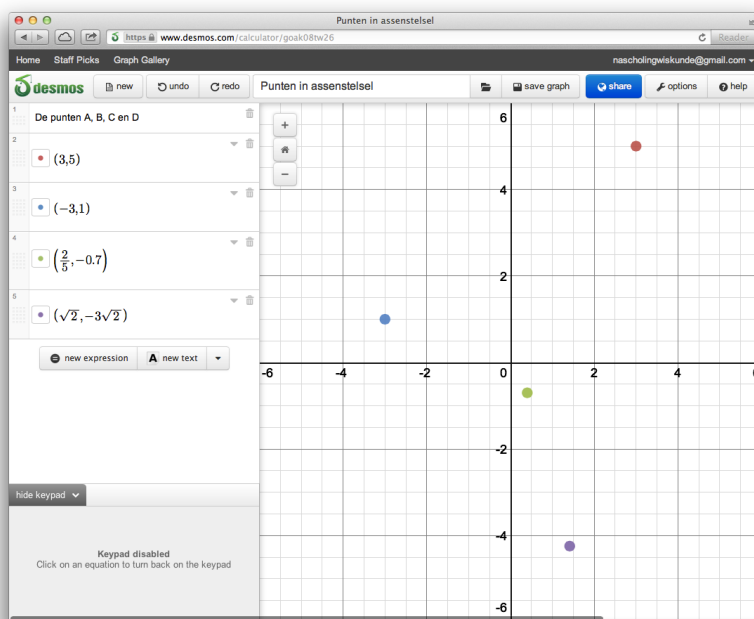
Soms is het ook interessant om de assen wat aan te passen zodat de focus meer ligt op wat getoond moet worden.

Je kunt dit aanpassen door op de knop “options” te klikken.

- ★ De projector Mode zorgt er voor dat de objecten “vetter” worden weergegeven, zodat ze mooi kunnen geprojecteerd worden.
- ★ De instellingen van het venster kunnen aangepast worden onder de rubriek “Window”.
- ★ Wanneer je werkt met goniometrische functies kun je de assen anders laten onderverdelen.



Het aangepaste resultaat ziet er zo uit.



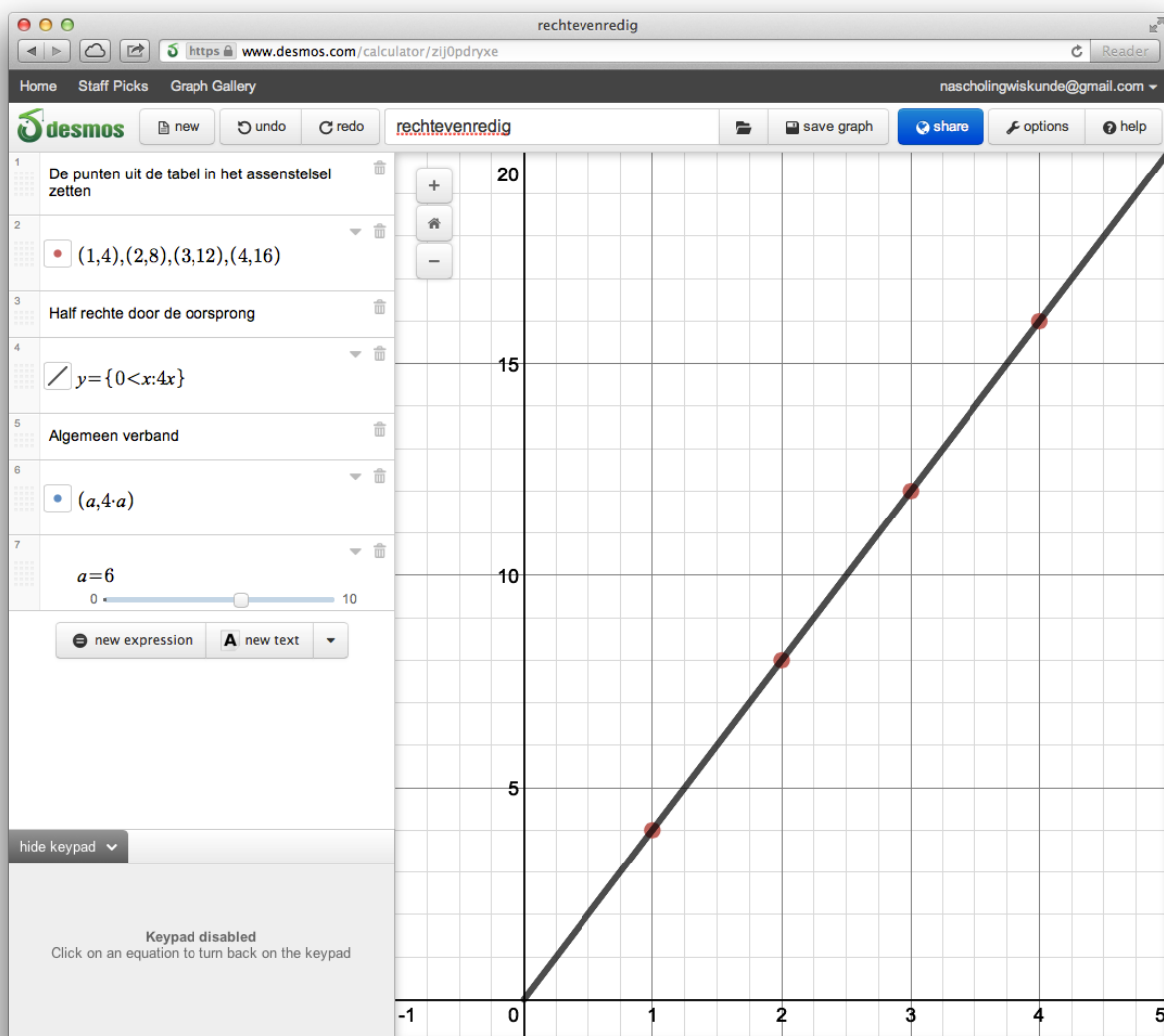
3.2 Verbanden tussen grootheden grafisch voorstellen

Opdracht 2:

Het verband tussen de lengte van een zijde van een vierkant en de omtrek is recht evenredig.

zijde vierkant (in cm)	omtrek in cm
1	4
2	8
3	12
4	16

- ★ De punten (1,4) , (2,8) , (3,12) en (4,16) kunnen in het assenstelsel geplaatst worden.
- ★ We stellen vast dat de punten op een half rechte liggen die start in de oorsprong.
- ★ Elk punt voldoet aan de voorwaarde $(a, 4a)$. Hiervoor kun je werken met een slider.

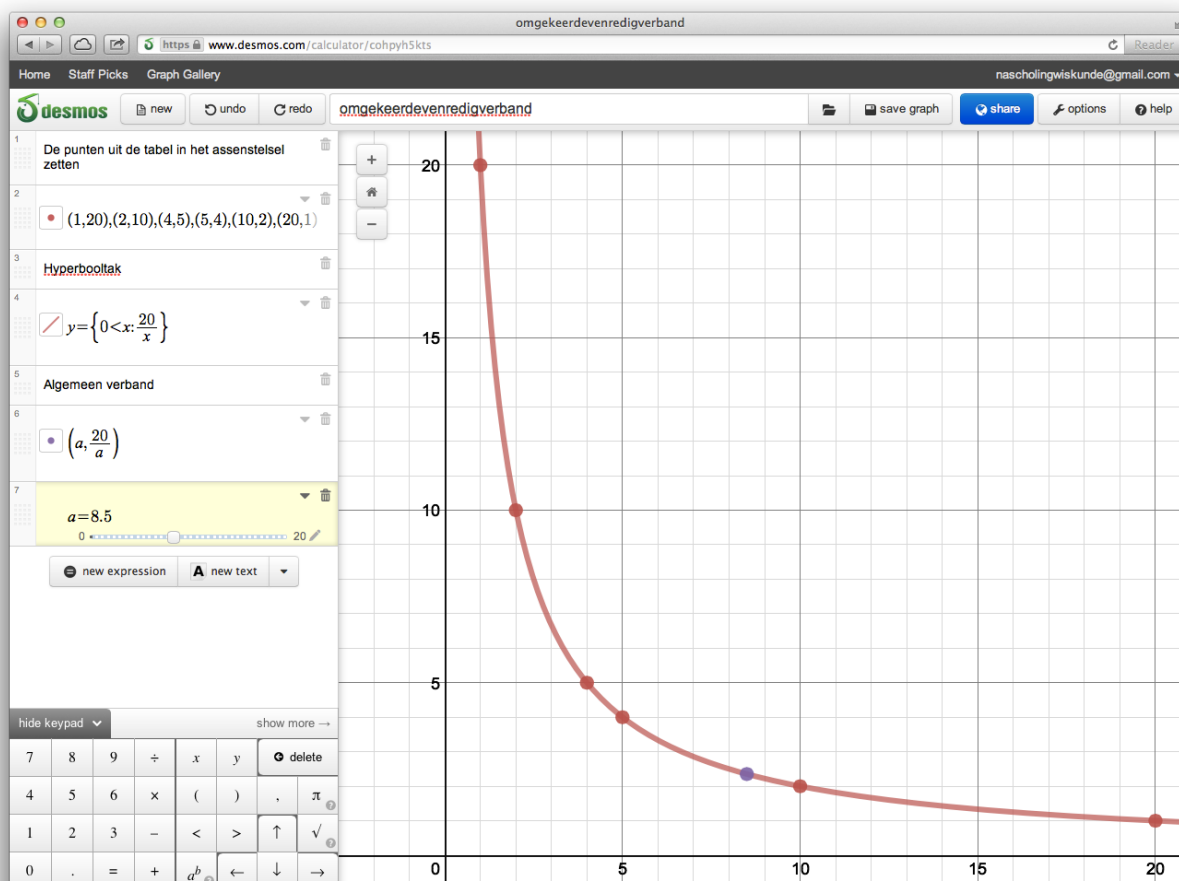


Opdracht 3:

Het verband tussen de basis en de hoogte van een parallellogram met oppervlakte 20 dm² is omgekeerd evenredig.

basis (in dm)	hoogte (in dm)
1	20
2	10
4	5
5	4
10	2
20	1

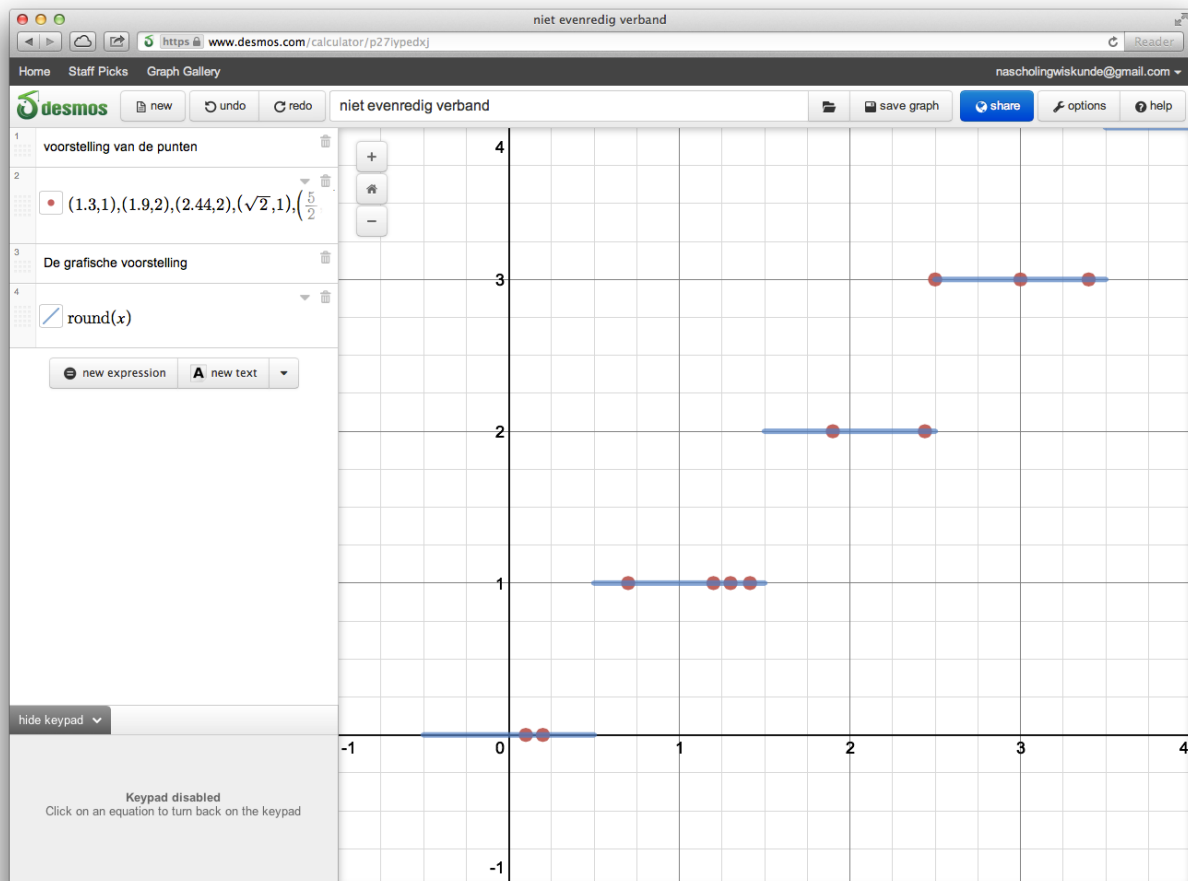
- ★ De punten (1,20) , (2,10) , (4,5) , (5,4) , (10,2) en (20,1) kunnen in het assenstelsel geplaatst worden.
- ★ We stellen vast dat de punten op een hyperbooltak liggen.
- ★ Elk punt voldoet aan de voorwaarde $(a, \frac{20}{a})$.
Hiervoor kun je werken met een slider.



Opdracht 4:

Het verband tussen een reëel getal en zijn afgerond getal tot op 1 geheel nauwkeurig is niet evenredig.

- ★ De punten $(0.1,0)$, $(0.2,0)$, $(0.7,1)$, $(1.2,1)$, $(1.3,1)$, $(\sqrt{2},1)$, $(1.9,2)$, $(2.44,2)$, $(\frac{5}{2},3)$, $(3,3)$ en $(3.4,3)$ kunnen in het assenstelsel geplaatst worden.



3.3 Reële functies

Opdracht 5:

Bepaal de extreme waarden en de nulpunten van de functie f met als voorschrift

$$f(x) = x^3 - 4x$$

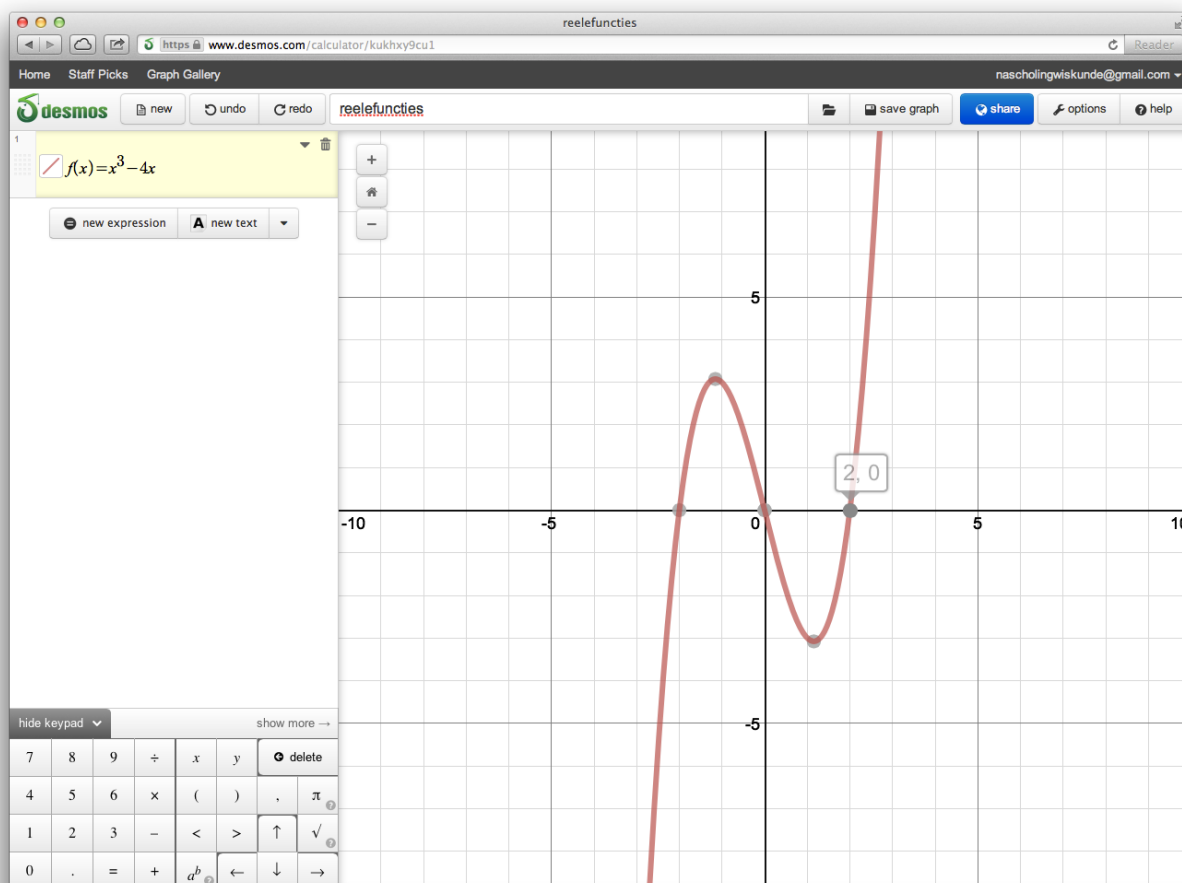
- ★ In het uitdrukingsvenster typ je: $f(x) = x^3 - 4x$.

Om dit te doen kun je gebruik maken van je klavier: voor de exponent gebruik je dan de **^**-toets.

Je kunt ook gebruik maken van het keypad voorzien in het browservenster.

- ★ Je kan ook $y = x^3 - 4x$ of gewoonweg $x^3 - 4x$ invoeren.

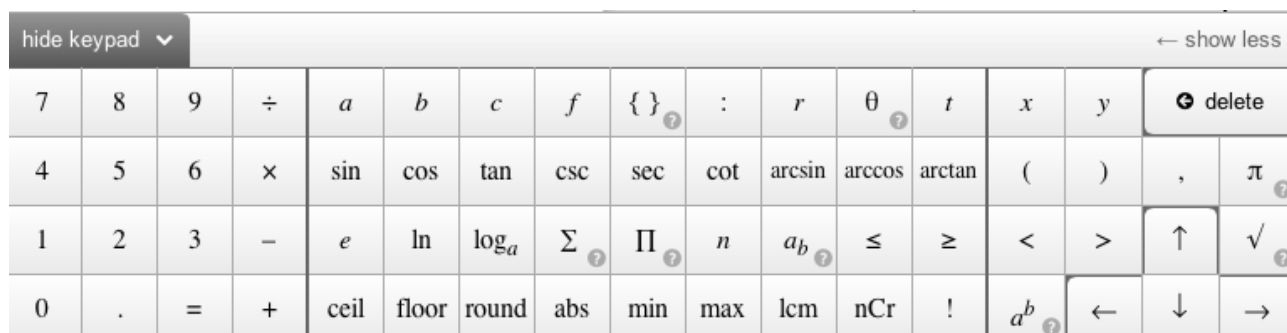
- ★ Als je nu op de grafiek klikt worden de interessante punten aangeduid.



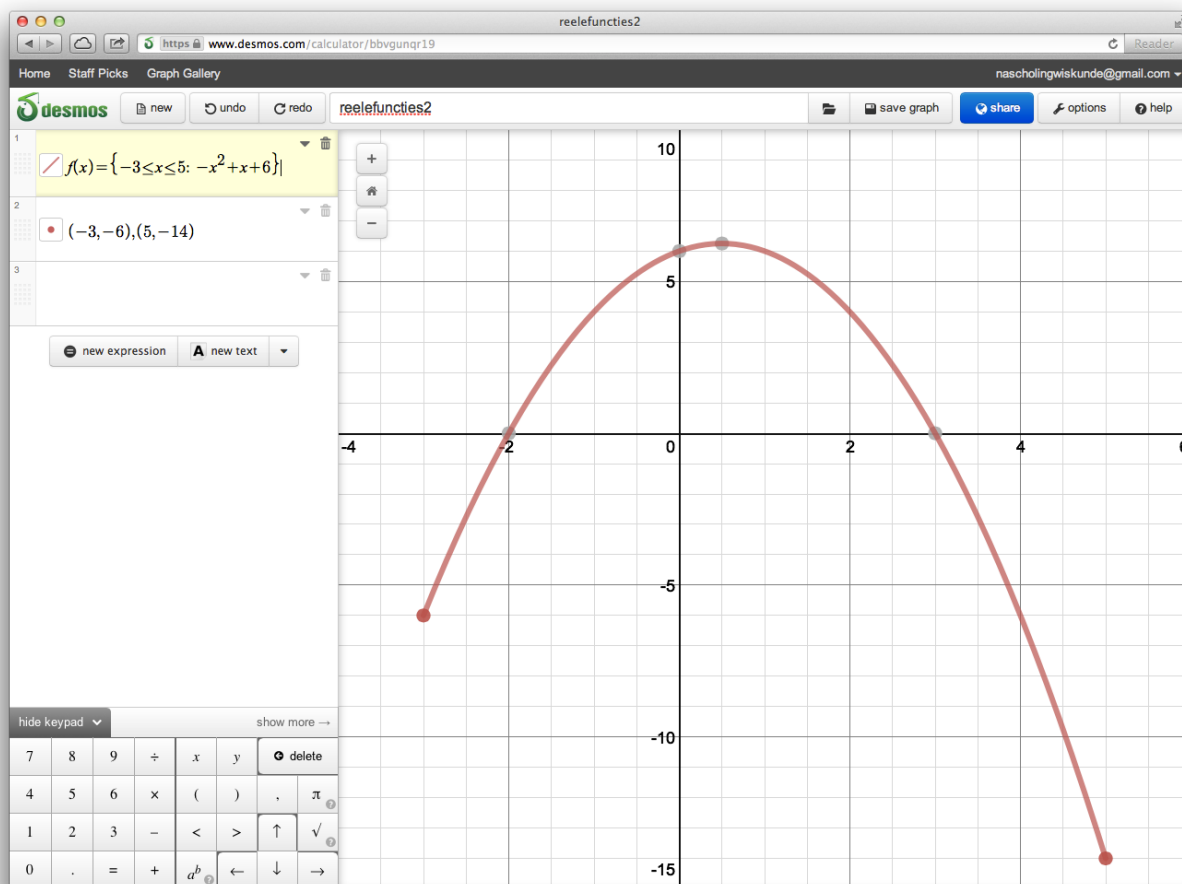
Opdracht 6:

Teken een deel van de functie f met als voorschrift $f(x) = -x^2 + x + 6$

- ★ Je kunt slechts een deel van een functie plotten door te beschrijven voor welke x -waarden je dat wil.
- ★ Voer bijvoorbeeld in het uitdrukingsvenster $f(x) = \{-3 \leq x \leq 5 : -x^2 + x + 6\}$ in. Je vindt het $\leq$ -teken op het keypad als je klikt op show more.

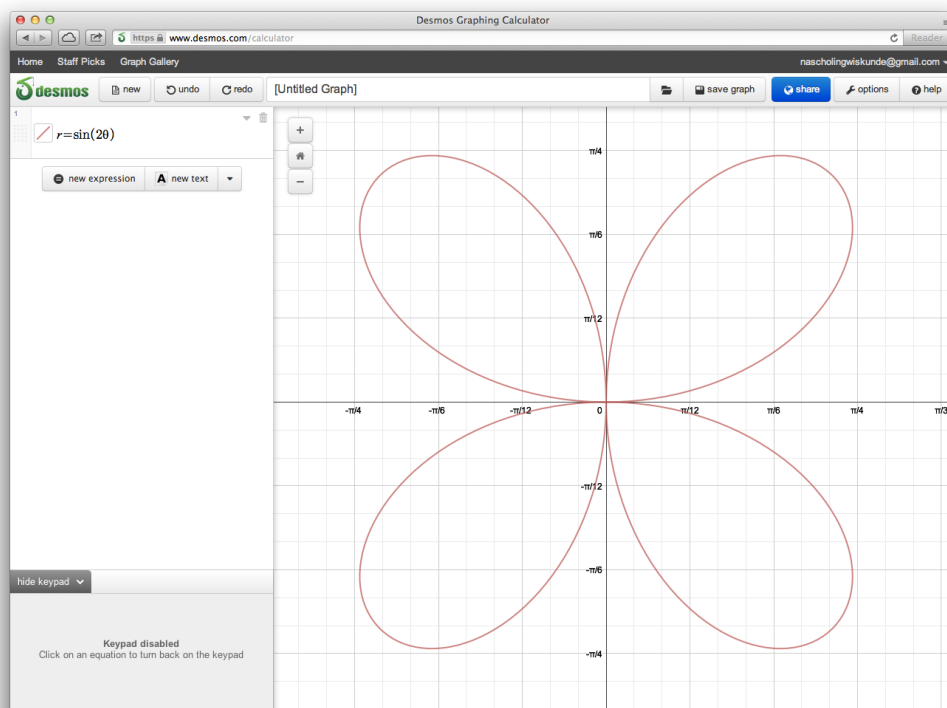
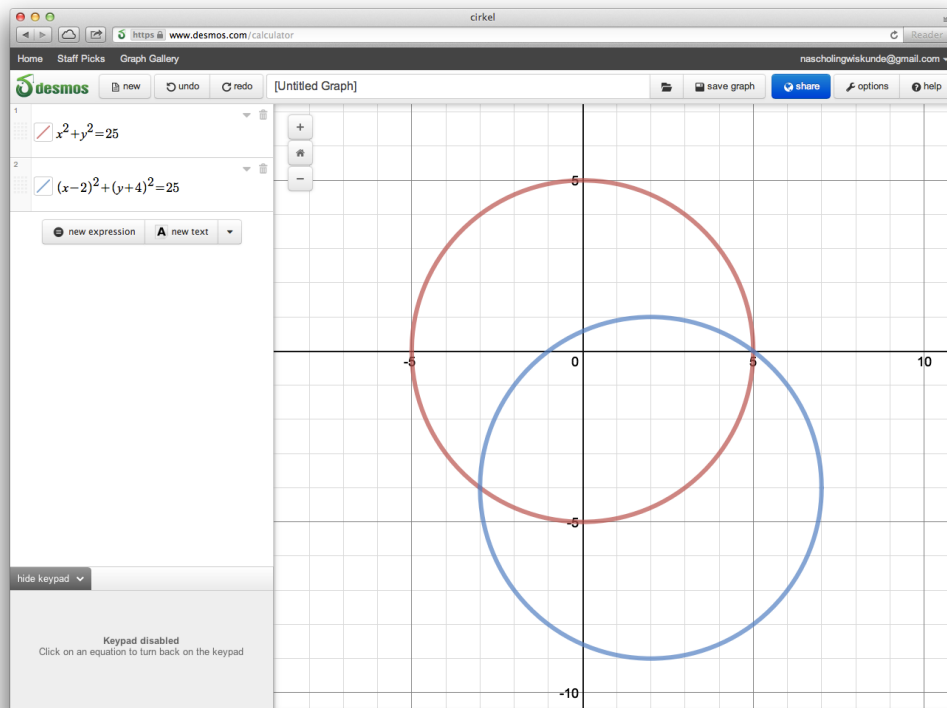


- ★ Om te benadrukken dat de uiterste punten $(-3, -6)$ en $(5, -14)$ er bij horen, kun je die ook laten tekenen.



Opdracht 7:

Teken verbanden die geen functies zijn.

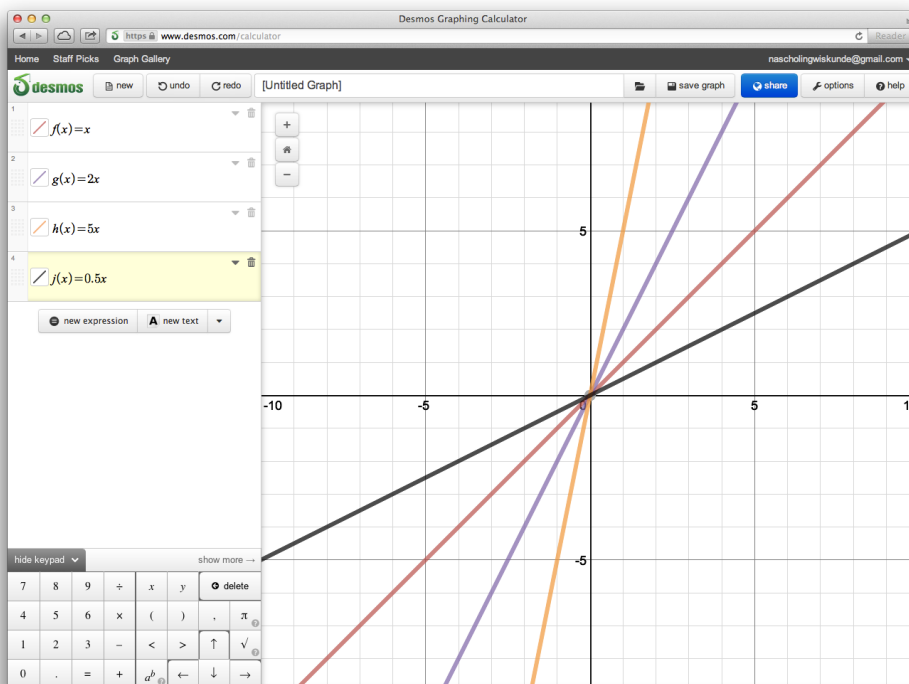


3.4 Functies van de eerste graad

Opdracht 8:

Eerstegraadsfunctie van de vorm $f(x) = ax$

- ★ Voer de functie f met als voorschrift $f(x) = x$ in.
- ★ Voer de functie g met als voorschrift $g(x) = 2x$ in.
- ★ Voer de functie h met als voorschrift $h(x) = 5x$ in.
- ★ Voer de functie j met als voorschrift $j(x) = 0,5x$ in.

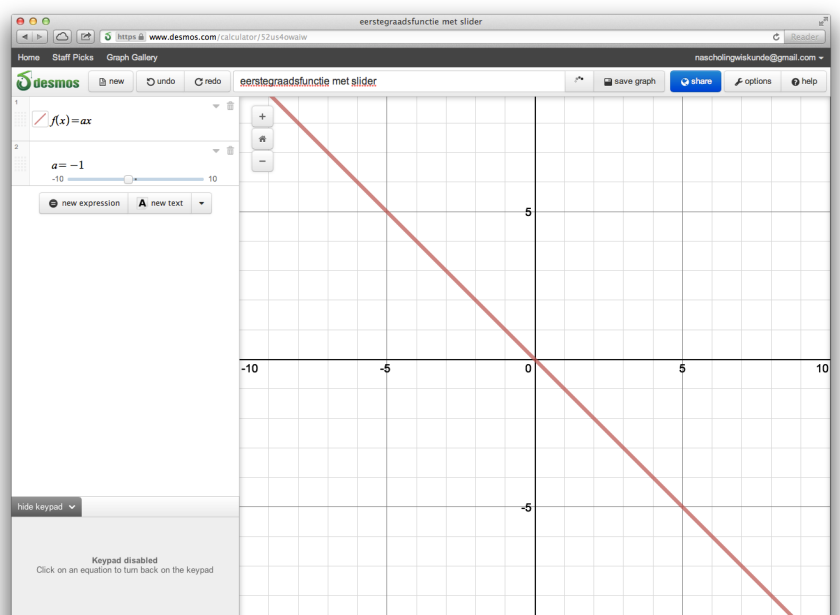


Als je verder het effect van de richtingscoëfficiënt wil onderzoeken, kun je gebruik maken van een “slider”.

- ★ Voer de functie f met als voorschrift $f(x) = ax$ in.
- ★ Klik op het blauwe knopje.



- ★ Er wordt een slider toegevoegd. Je kunt de slider aanpassen door op de waarden te klikken.



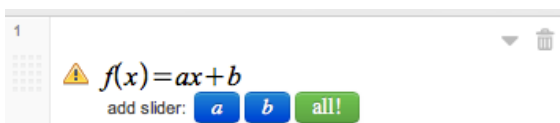
Opdracht 9:

Eerstegraadsfunctie van de vorm $f(x) = ax + b$

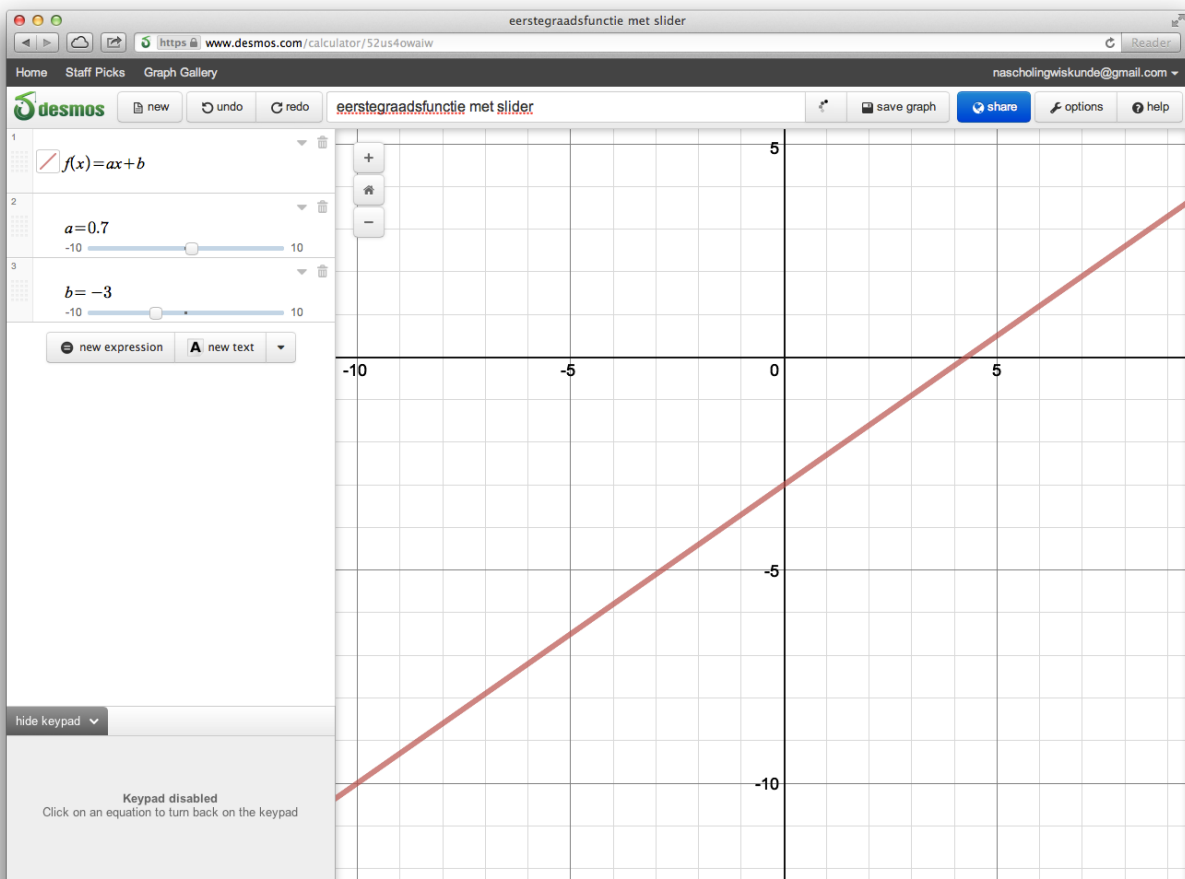
Om dit te onderzoeken gaan we onmiddellijk werken met sliders. In deze oefening zullen dus twee sliders gebruikt worden.

Als je verder het effect van de richtingscoëfficiënt wil onderzoeken dan kun je gebruik maken van een “slider”.

- ★ Voer de functie f met als voorschrift $f(x) = ax + b$ in.
- ★ Nu verschijnen er drie knopjes.



- ★ Klik je op a, dan komt er een slider voor a.
Klik je op b, dan komt er een slider voor b.
Klik je op all! dan komt er zowel een slider voor a als voor b.

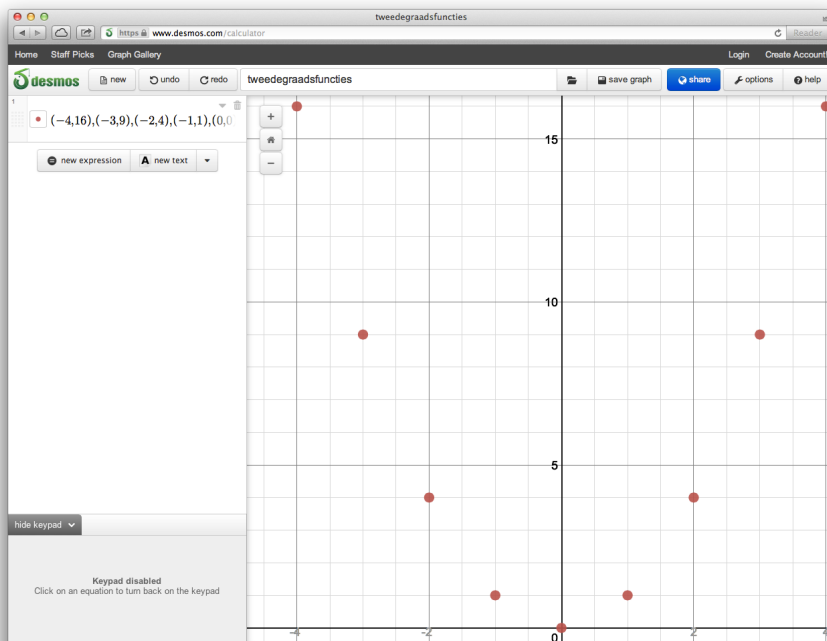


3.5 Tweedegraadsfuncties

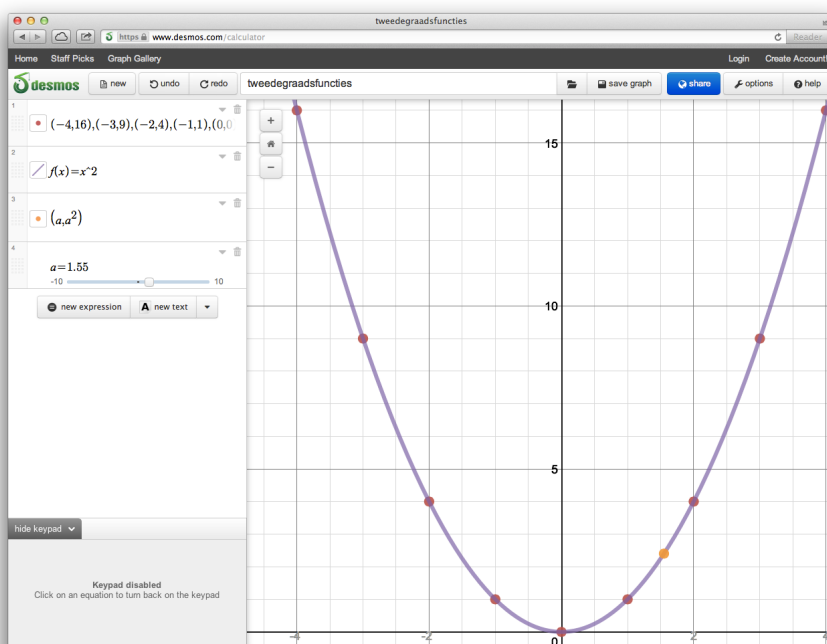
Opdracht 10:

Teken de tweedegraadsfunctie f met als voorschrift $f(x) = x^2$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = x^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16



- ★ Om de grafiek te tekenen tik je nu in het uitdrukingsvenster: $f(x) = x^2$ in.
- ★ Je kunt een algemeen punt (a, a^2) invoeren.



3.6 Grafische opbouw van de grafiek van een tweedegraadsfunctie

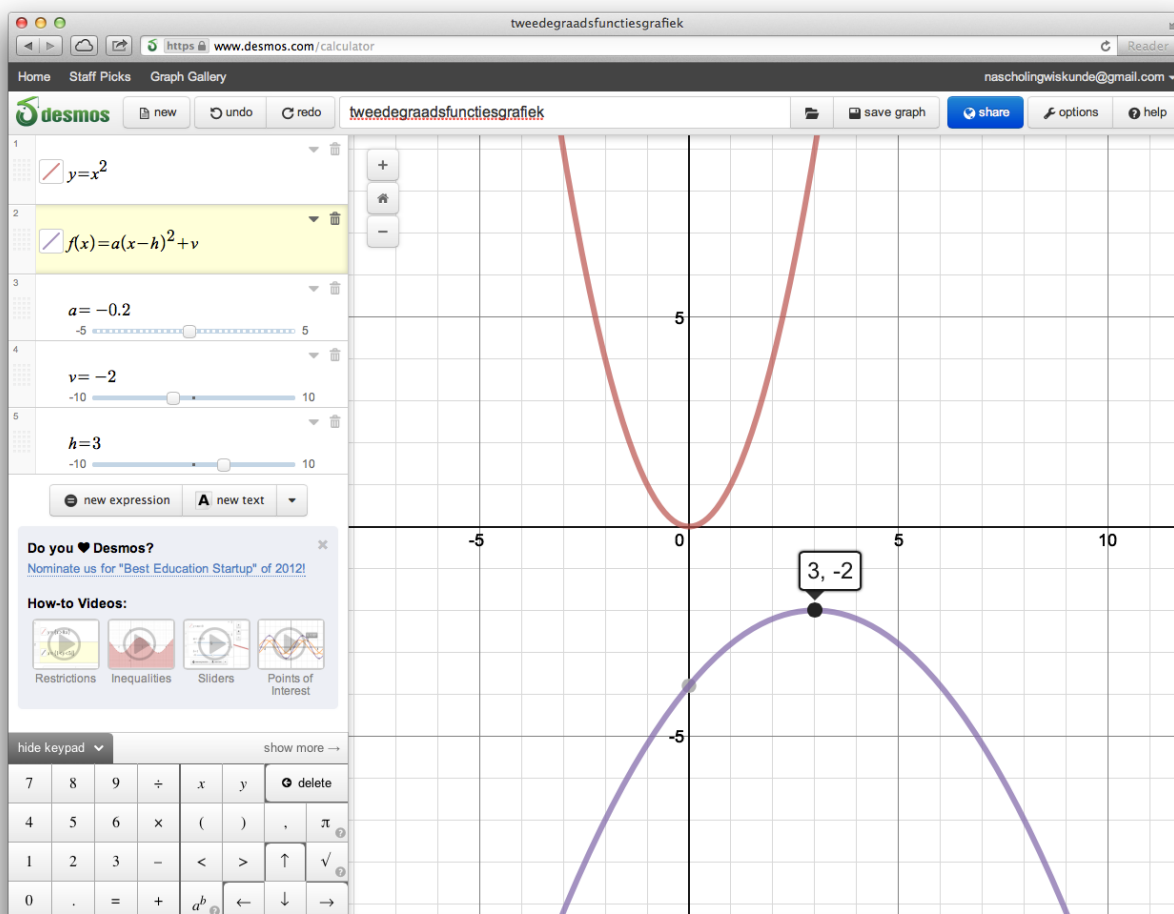
Opdracht 12:

De grafiek van $f(x) = a(x - \alpha)^2 - \beta$ grafisch opbouwen vanuit de parabool van met vergelijking $y = x^2$

- ★ Je voert eerst $y = x^2$.
- ★ Voorlopig kun je geen griekse letters gebruiken als slider. Je bent genoodzaakt om andere letters te gebruiken. Als je verwarring wil vermijden kun je er voor kiezen om de letters b en c niet te gebruiken.

$$f(x) = a(x - h)^2 - v$$

- ★ Je kan nu drie schuifknoppen definiëren. Om beter het effect te zien van de openingscoëfficiënt is het aangewezen om in kleinere stapjes te kunnen schuiven. Je past dus best deze schuifknop aan.

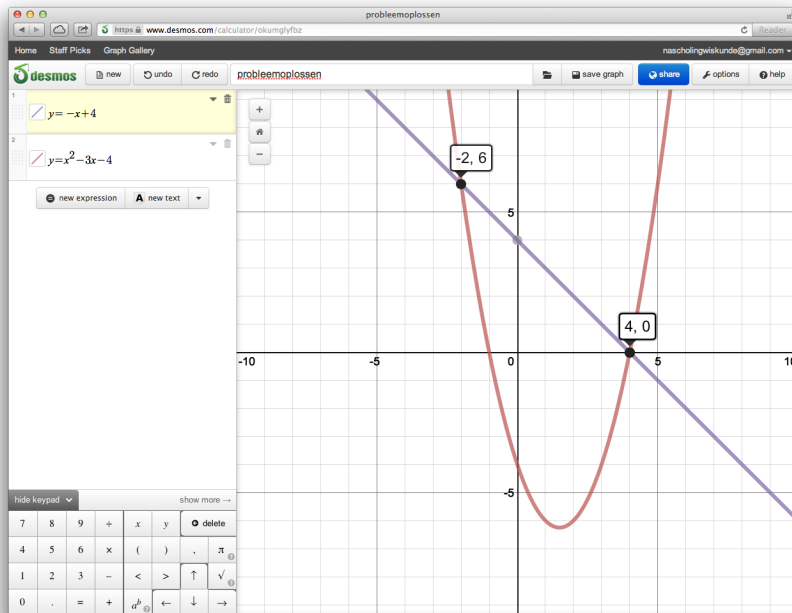


3.7 Problemen oplossen

Opdracht 13:

Bepaal de (eventuele) doorsnede van de rechte $r \leftrightarrow y = -x + 4$ en de parabool

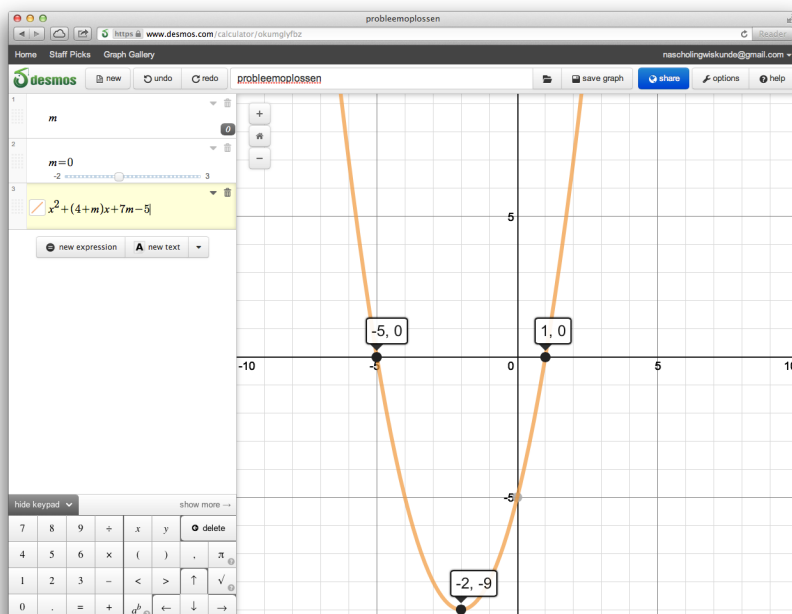
$$p \leftrightarrow y = x^2 - 3x - 4$$



Opdracht 14:

Voor welke waarde van m heeft de tweedegraadsfunctie f met als voorschrift

$$f(x) = x^2 + (4 + m)x + 7m - 5 \text{ één nulpunt?}$$

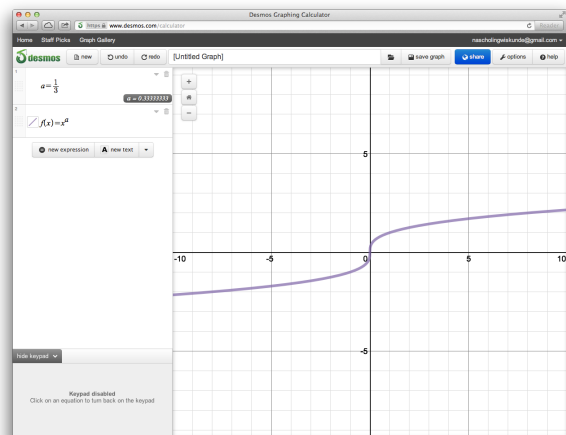
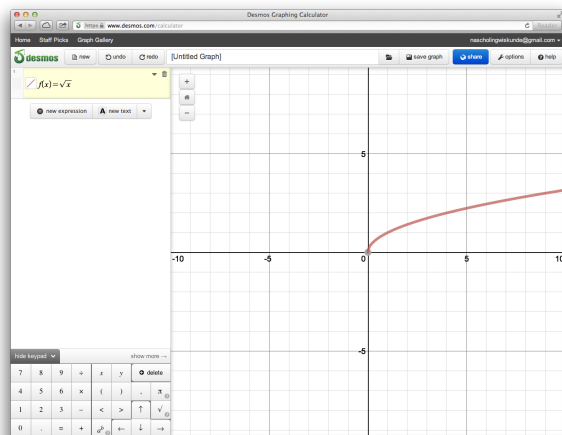
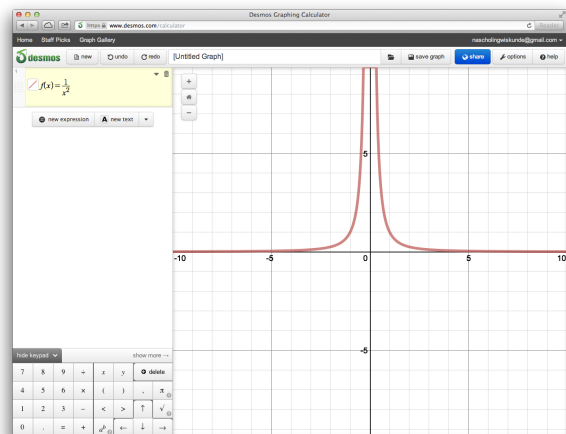
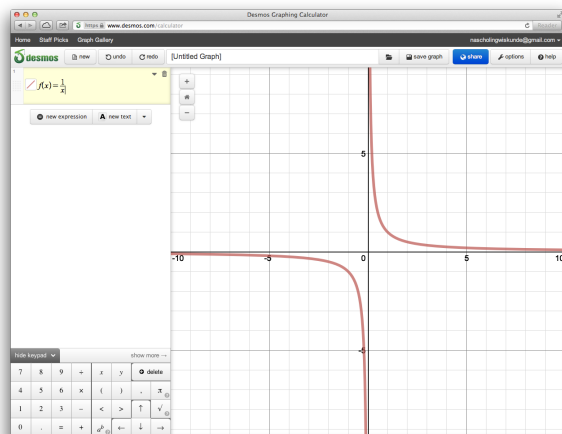
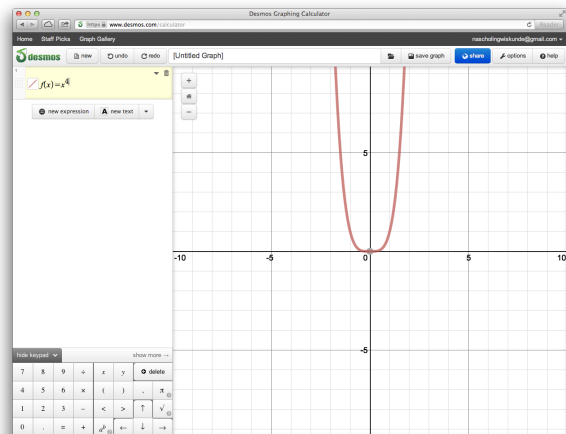
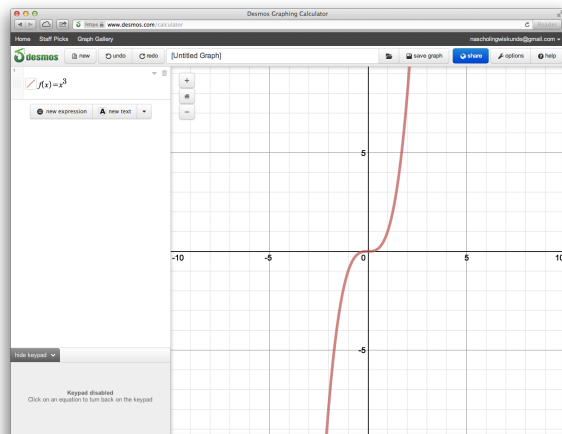


3.8 Elementaire functies

Opdracht 15:

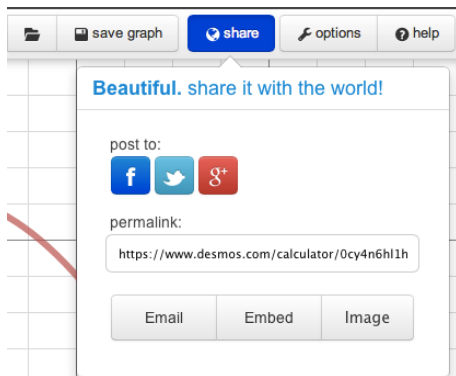
Teken de elementaire functies:

$$f(x) = x^3, f(x) = x^4, f(x) = \frac{1}{x}, f(x) = \frac{1}{x^2}, f(x) = \sqrt{x} \text{ en } f(x) = \sqrt[3]{x}$$



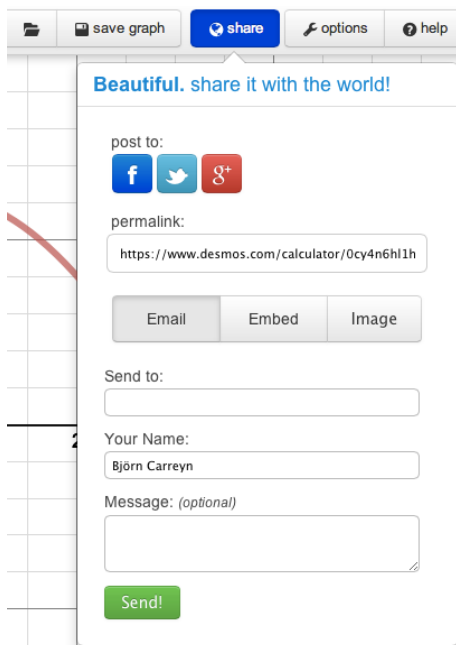
4 Jouw werk delen

4.1 Delen via sociale media

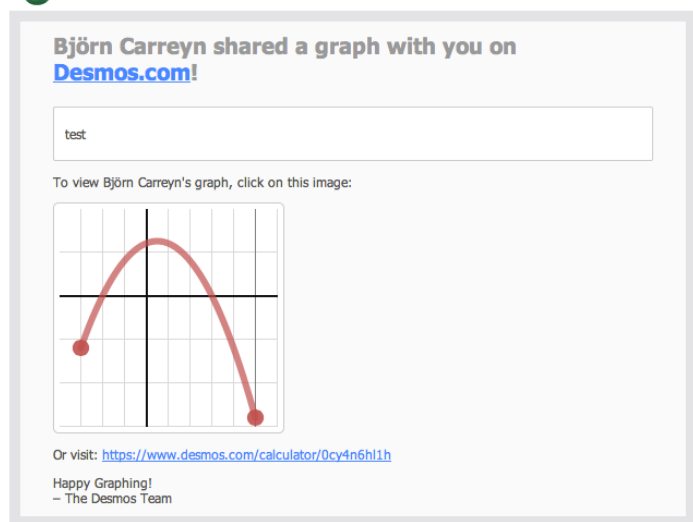


- ★ Je kunt jouw gemaakte werk delen op sociale media zoals Facebook, Twitter en Google Kringen.
- ★ Op andere sociale media kun je gebruik maken van de permalink.

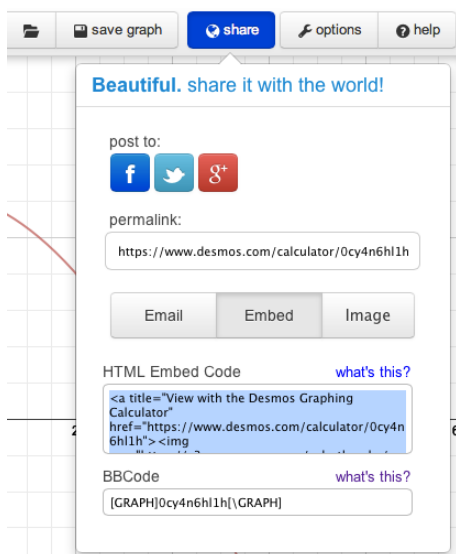
4.2 Het werk e-mailen



- ★ Kies je voor de knop Email, dan kun je jouw werk delen door een e-mailadres van de ontvanger in te vullen, eventueel aangevuld met een mededeling.
- ★ De ontvanger krijgt dan onderstaande boodschap.



4.3 Invoegen in webpagina's of het plaatsen op fora



- ★ Je kan ook jouw werk in een webpagina stoppen. Zo kan je aan leerlingen eventueel een site aanbieden met daarop alle gemaakte grafieken.

Wil je jouw werk vermelden op een forum, dan maak je het best gebruikt van de BBCode

4.4 Exporteren als afbeelding

- ★ Wil je graag jouw werk gebruiken in een tekstverwerker, dan kun je het werk exporteren als afbeelding. De afbeelding kan worden bewaard (via rechtermuisknop) en kan worden afgedrukt.
- ★ Je kan ook een link aanbieden naar de afbeelding, die je kan gebruiken bij een blog.

