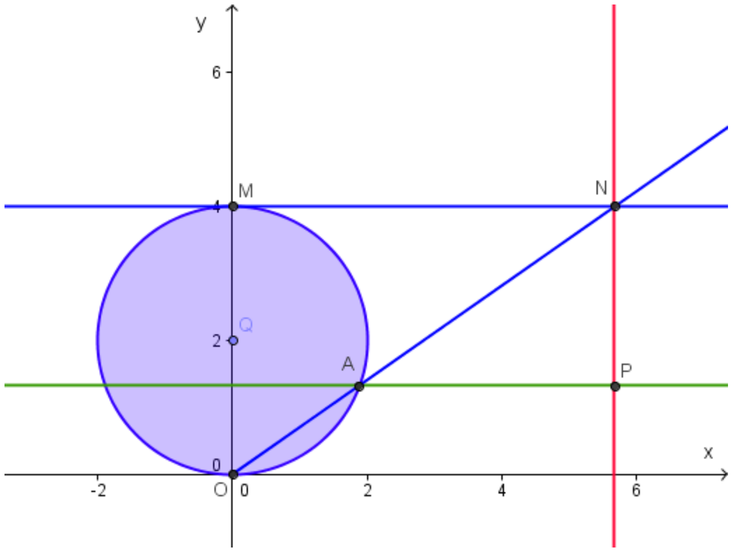
De heks van Agnesi, een merkwaardige meetkundige plaats.



Vertrek van een cirkel met middellijn [OM]. Kies een willekeurig punt A op deze cirkel. Teken in M de loodlijn op OM. De halfrechte [OA snijdt deze loodlijn in N. Teken in N de loodlijn op MN en in A de loodlijn op OM. Deze twee loodlijnen snijden elkaar in het punt P. Wanneer A de cirkel doorloopt, beschrijft het punt P *de heks van Agnesi*.

Met O(0, 0) en M(0, 2a) en θ de hoek tussen [OA en [OM heeft deze kromme als parametervergelijkingen: $x = 2a \tan \theta$ en $y = 2a \cos^2 \theta$ en de cartesiaanse vergelijking wordt dan

$$y = \frac{8a^3}{x^2 + 4a^2}.$$

Verklaring:

$$\tan \theta = \frac{|MN|}{|ON|} = \frac{|MN|}{2a}.$$

Hieruit volgt dat $x_N = x_P = 2a \tan \theta$.

De rechte ON heeft als vergelijking $y = \tan(90° - \theta).x$ of ook $y = \cot \theta.\ x$.
Voor het tweede coördinaatgetal van het snijpunt A van deze rechte met de cirkel met als vergelijking $x^2 + y^2 - 2ay = 0$ bekomen we dan:

$$\frac{y^2}{cot^2\,\theta} + y^2 - 2ay = 0 \;\; en\; y \;\neq 0.$$

Hieruit volgt na wat rekenwerk dat $y = 2a \cos^2 \theta$ en dit is meteen ook het tweede coördinaatgetal van het punt P.

Om de cartesiaanse vergelijking van deze kromme te bekomen, moeten we uit de parametervergelijkingen de hoek θ elimineren:

Het volstaat hiervoor $\tan \theta = \frac{x}{2a}$ en $\cos^2 \theta = \frac{y}{2a}$ in te vullen in de formule $1 + tan^2\theta = \frac{1}{cos^2\theta}$.