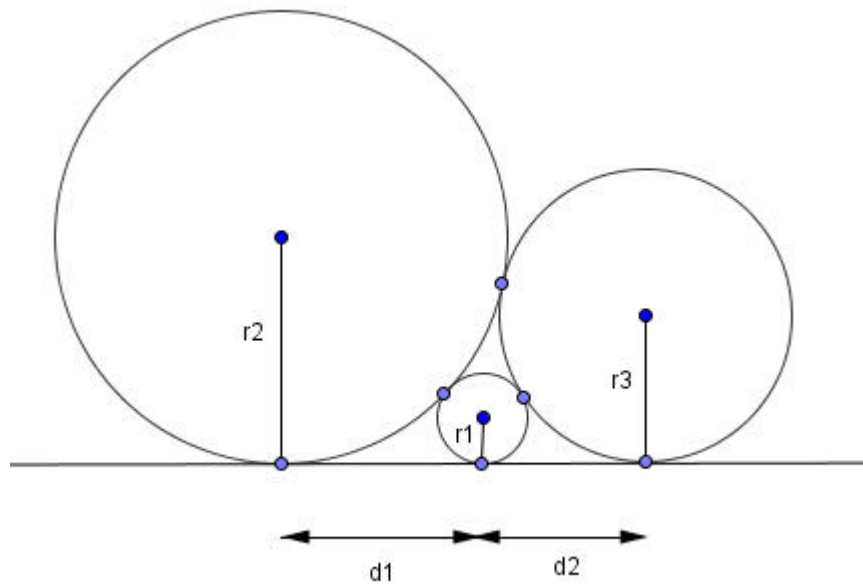


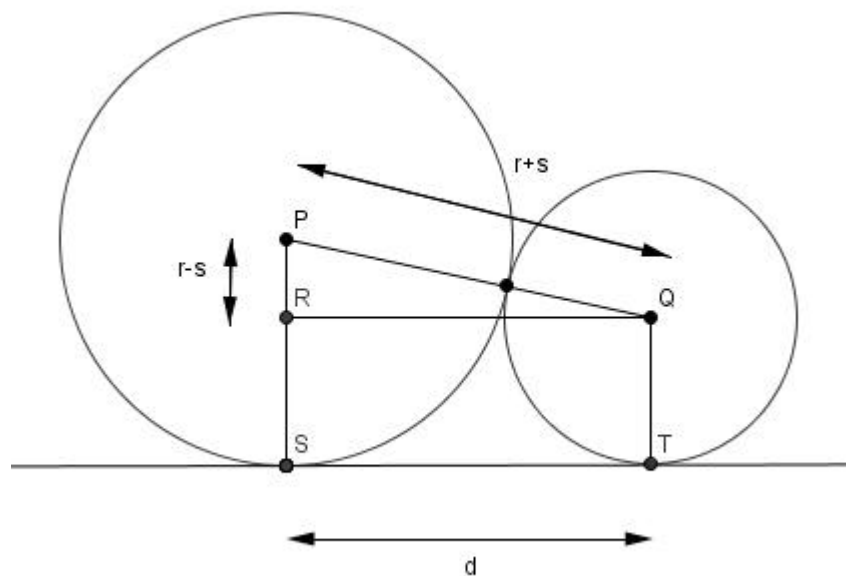
SANGAKU



figuur 1

Te bewijzen: $\frac{1}{\sqrt{r_1}} = \frac{1}{\sqrt{r_2}} + \frac{1}{\sqrt{r_3}}$

We beschouwen eerst het geval van twee cirkels die elkaar uitwendig raken (figuur 2). De stralen van de cirkels zijn r en s en de afstand tussen de twee middelpunten is d . We tonen aan dat $d = 2\sqrt{rs}$.



figuur 2

Op figuur 2 passen we in $\triangle PQR$ de stelling van Pythagoras toe:

$$\begin{aligned} d^2 &= (r + s)^2 - (r - s)^2 \\ &\Downarrow \\ d^2 &= 4rs \\ &\Downarrow \\ d &= 2\sqrt{rs} . \end{aligned}$$

We passen nu dit resultaat drie keer toe op de cirkels van figuur 1:

$$d_1 = 2\sqrt{r_1 r_2}$$

$$d_2 = 2\sqrt{r_1 r_3}$$

$$d_1 + d_2 = 2\sqrt{r_2 r_3} .$$

Hieruit volgt direct dat $\sqrt{r_2 r_3} = \sqrt{r_1 r_2} + \sqrt{r_1 r_3}$.

Wanneer we de drie termen van deze uitdrukking delen door $\sqrt{r_1 r_2 r_3}$, volgt hieruit het gewenste resultaat.